

Η γένεση και η εξέλιξη της κανονικής θεωρίας από τα πρώιμα ελληνιστικά χρόνια έως την όψιμη αρχαιότητα (3ος πΧ – 6ος μΧ. αι.)

Χρήστου Τερζή

Προλεγόμενα

Σκοπός αυτής της εργασίας είναι η αξιοποίηση και επαναξιολόγηση των σχετικών με την *κανονική* επιστήμη μαρτυριών που διαθέτουμε, με σκοπό –στο βαθμό που οι μαρτυρίες το επιτρέπουν– να τοποθετηθεί χρονικά η χρησιμοποίηση του αρμονικού *κανόνα* ως επικουρικού οργάνου της αρμονικής επιστήμης. Θα αναζητηθεί η πιθανή σχέση του με την *κανονική* λεγόμενη επιστήμη. Επίσης, θα εξετασθούν η εμφάνιση, η ακμή και η παρακμή της *κανονικής*, οι προϋποθέσεις και οι σκοποί της, αλλά και η εφαρμογή της μέσα στο ευρύτερο φιλοσοφικό πλαίσιο αλλά και το ειδικότερο περίγραμμα της εξέλιξης της μουσικής θεωρίας.

Κείμενο

Αν σταθούμε στο άκουσμα της λέξης *κανονική* επιστήμη, αμέσως κάνουμε με το νου τη σύνδεσή της με τον *κανόνα* (το μονόχορδο). Συνηθίζουμε, πάλι, να συνδέουμε τον *κανόνα* με ένα συγκεκριμένο πρόσωπο: τον Πυθαγόρα. Αρκετοί είναι οι αρχαίοι συγγραφείς που μαρτυρούν την επινόηση[1] του μονόχορδου αλλά και τη χρήση[2] του ως πειραματικού οργάνου για την εύρεση των συμφωνιών, από τον Σάμιο φιλόσοφο. Ειδικά ο Νικόμαχος και ο Γαυδέντιος είναι εκείνοι που ρητά αποδίδουν στον Πυθαγόρα την ανακάλυψη στον *κανόνα* των πρώτων συμφωνιών. Επίσης, δεν είναι και λίγοι οι μελετητές –ορισμένοι, μάλιστα από αυτούς, σύγχρονοι– που αποδέχονται άκριτα την ορθότητα αυτών των μαρτυριών, ενισχύοντας το ενδεχόμενο, έμμεσα ή και άμεσα, να είναι όντως ο Πυθαγόρας ο επινοητής αυτής της χρήσης του οργάνου.[3] Μολονότι οι μαρτυρίες αυτές δεν θεωρούνται άνευ σημασίας, οφείλουμε να επισημάνουμε ότι ο αρχαιότερος από τους συγγραφείς που συνδέουν τον Πυθαγόρα με το μονόχορδο, ο Νικόμαχος, έδρασε περί το 100 μΧ.,[4] επτά περίπου αιώνες μετά από την ακμή του Πυθαγόρα. Οι πηγές του Νικόμαχου δεν παραδίδονται και ως εξ τούτου η χρονική απόσταση των επτά περίπου αιώνων ανάμεσα στον Πυθαγόρα και τον Νικόμαχο καθιστά ελεγχόμενη τη μαρτυρία του δευτέρου. Αναλόγως, μπορούμε να υποθέσουμε και για τον Γαυδέντιο, ο οποίος, κατά δέκα αιώνες μεταγενέστερος του Πυθαγόρα (άκμασε πιθανότατα τον 4^ο αιώνα)[5] είναι ο πρώτος που αποδίδει σ’ αυτόν την ανακάλυψη των πρώτων συμφωνιών πάνω στο μονόχορδο. Ακόμη κι αν ισχυριστούμε ότι και οι δύο βασίστηκαν σε έργα προγενέστερων συγγραφέων που δεν έχουν σήμερα διασωθεί, μας εκπλήσσει το γεγονός ότι σε κανένα έργο του Πλάτωνα[6] και του Αριστοτέλη[7] ο *κανών* δεν αναφέρεται ως όργανο της *αρμονικής* επιστήμης. Αν, δηλαδή, το όργανο είχε χρησιμοποιηθεί όντως από τον Πυθαγόρα, θα πρέπει να είχε αποκτήσει τόσο μεγάλη φήμη, και οπωσδήποτε θα συναντούσαμε πληθώρα σχετικών αναφορών στα έργα των δύο προαναφερθέντων φιλοσόφων. Ωστόσο, στις ελάχιστες αναφορές του όρου σε ολόκληρο το πλατωνικό και αριστοτελικό έργο, –4 και 13 περιπτώσεις αντιστοίχως–, ο *κανών* δεν σχετίζεται πουθενά με την *αρμονική*.

Είναι, εξ άλλου, γνωστό ότι στον Φιλόλαο και τον Αρχύτα –πυθαγορείους της δεύτερης και τρίτης γενιάς αντιστοίχως– αποδίδονται δύο «μουσικοθεωρητικά» αποσπάσματα: το «6α» του Φιλολάου μας παραδίδει την πρώτη διτονική–διατονική διαίρεση του τετραχόρδου πάνω στην επτάχορδη λύρα, ενώ το «16Α» του Αρχύτα

διασώζει τρεις τετραχορδικές διαιρέσεις, μία για κάθε γένος (εναρμόνιο, χρωματικό, διατονικό), με τη μορφή αριθμητικών λόγων. Ότι ο κανών βρισκόταν σε χρήση από την εποχή του Πυθαγόρα και εντεύθεν μέσα στο ευρύτερο πλαίσιο την λεγόμενης πυθαγόρειας αρμονικής, μπορεί να υποστηριχθεί αν αποδειχθεί ότι οι τετραχορδικές διαιρέσεις του Φιλόλαου και του Αρχύτα είναι αδύνατον να διατυπωθούν χωρίς τη συνδρομή του οργάνου. Αν αυτό καταδειχθεί, τίθεται αυτομάτως υπό αμφισβήτηση η αρχική μας εκτίμηση –που βασίζεται στο μεταγενέστερο χρόνο της αρχαιότερης εμφάνισης του όρου *κανών* στη γραμματεία– ότι το μονόχορδο δεν χρησιμοποιήθηκε μέχρι την εποχή του Αριστοτέλη• η δε απουσία του όρου στο έργο του Πλάτωνα και του Αριστοτέλη, αφ’ ενός θα αξιολογηθεί ως δευτερεύουσας σημασίας, αφ’ ετέρου να αποδοθεί σε άλλα αίτια. Για το λόγο αυτό θεωρείται σκόπιμο να εξετασθεί εδώ, το κατά πόσον η διατύπωση των διαιρέσεων του Φιλόλαου και του Αρχύτα προϋποθέτουν την χρησιμοποίηση του οργάνου.

Ας εξετάσουμε, λοιπόν, πρώτα, αν όντως το μονόχορδο είναι αναγκαίο μέσα στο πλάνο εργασίας του Φιλόλαου. Το απόσπασμα θα έχει ως εξής:

Ἀρμονίας δὲ μέγεθος ἐστὶ συλλαβὰ καὶ δι’ ὀξειᾶν. τὸ δὲ δι’ ὀξειᾶν μείζον τᾶς συλλαβᾶς ἐπογδόω. ἔστι γὰρ ἀπὸ ὑπάτας ἐπὶ μέσσαν συλλαβὰ, ἀπὸ δὲ μέσσης ἐπὶ νεάταν δι’ ὀξειᾶν, ἀπὸ δὲ νεάτας ἐς τρίταν συλλαβὰ, ἀπὸ δὲ τρίτης ἐς ὑπάταν δι’ ὀξειᾶν. τὸ δ’ ἐν μέσῳ μέσσης καὶ τρίτης ἐπόγδοον, ἃ δὲ συλλαβὰ ἐπίτριτον, τὸ δὲ δι’ ὀξειᾶν ἡμιόλιον, τὸ διὰ πασᾶν δὲ διπλόον. οὕτως ἁρμονία πέντε ἐπόγδοα καὶ δύο διέσεις, δι’ ὀξειᾶν δὲ τρία ἐπόγδοα καὶ διέσεις, συλλαβὰ δὲ δύο ἐπόγδοα καὶ διέσεις.

Φιλόλαος στο Νικόμαχο *Enchiridion* 9.14–23/Huffman 1993:145.

Το απόσπασμα αυτό έχει ιδιαιτέρως συζητηθεί από τους μελετητές: η αυθεντικότητα αλλά και η ερμηνεία του τόσο από φιλοσοφική, όσο και από τεχνικά μουσικολογική πλευρά καταλαμβάνουν πολλές σελίδες στη σύγχρονη βιβλιογραφία.^[8] Συνοψίζοντας, θα λέγαμε ότι εδώ ο Φιλόλαος, χρησιμοποιώντας ορολογία –κυρίως– από τη μουσική πράξη πάνω στην επτάχορδη λύρα, διατυπώνει σε θεωρητικό–φιλοσοφικό επίπεδο ότι το μουσικό διάστημα ως έννοια αλλά και ως λειτουργία είναι ανεξάρτητο από τους φθόγγους που το συγκροτούν. Ασφαλώς, οι πρακτικοί μουσικοί καλούσαν *συλλαβή* μόνον το τετράχορδο *υπάτας–μέσσης*, καθώς το χέρι του μουσικού αυτές τις τέσσερις πρώτες χορδές της λύρας «συλλάμβανε» προτού ξεκινήσει να εκτελεί πάνω στο όργανο –αυτό που θα λέγαμε σήμερα θέση εκκίνησης στην εκτέλεση–, αλλά και καθώς η νόηση «συλλάμβανε» το σύνολο των τεσσάρων αυτών χορδών ως ενιαία αυθύπαρκτη λειτουργική μονάδα στο πλαίσιο του μέλους. Η *ἁρμονία*, λοιπόν, συντίθεται από τη *συλλαβή(υπάτη–μέση)* και απ’ ό,τι τονικά βρίσκεται πάνω από αυτήν (*μέση–νεάτη*) μέχρις ότου οι εξωτερικές χορδές της επτάχορδης λύρας να συμφωνούν μεταξύ τους στο ακουστικά καλλίτερο από όλα τα διαστήματα, το *διὰ πασᾶν*, εκείνο που εκφράζεται με τον ποιοτικότερο αριθμητικό λόγο, τον *διπλόο*. Ο μουσικός της εποχής, ανεβαίνοντας *συλλαβὰ* από την *τρίταν* και κατόπιν κατεβαίνοντας *δι’ ὀξειᾶν* από την *νεάταν*, εντόπιζε το ύψος της *μέσσης*. Με τον ίδιο τρόπο, μπορούσε να κατεβεί κατά το *ἐπόγδοον* από τη *μέσσαν* δύο φορές, κουρδίζοντας με αυτόν τον τρόπο τη λύρα του –*διὰ τῶν συμφωνιῶν*^[9]– στο διτονιαίο–διατονικό γένος.

Εδώ, προφανώς, ο Φιλόλαος μεταφέρει το κούρδισμα της λύρας από το πεδίο της μουσικής πράξης σε εκείνο της θεωρίας, διατυπώνοντας τη διαστηματική δομή του

διτονιαίου–διατονικού τετραχόρδου, ως συστήματος που συγκροτείται από δύο επόγδους τόνους και μια *δίεση*. Ασφαλώς, είναι αδύνατον να αποδειχθεί ότι ο Φιλόλαος αποκλείεται να χρησιμοποίησε τον κανόνα –αν όντως υπήρχε τότε. Μπορούμε, όμως, εύλογα να ισχυριστούμε ότι η παραπάνω διατύπωση του Φιλόλαου μπορεί να εξαχθεί χωρίς τη χρήση του οργάνου αυτού. Το γεγονός μάλιστα ότι η ορολογία που χρησιμοποιείται, έλκει την καταγωγή της από τη χρήση της επτάχορδης λύρα, καθιστά πιθανότερη την εκδοχή να είναι η μουσική πράξη και ειδικότερα το κούρδισμα της λύρας, αυτό που σε θεωρητικό–φιλοσοφικό πλαίσιο παραδίδεται από το «δα» του Φιλόλαου.

Το 16Α είναι το μοναδικό, γνήσιο [\[10\]](#) κατά την πρόσφατη βιβλιογραφία, απόσπασμα του Αρχύτα –στην πλήρη του μορφή διασώζεται στον Πτολεμαίο– που μας παραδίδει τρία τετράχορδα, ένα εναρμόνιο, ένα χρωματικό και ένα διατονικό με τη μορφή αριθμητικών λόγων: [\[11\]](#)

τρία μὲν τοίνυν οὗτος ὑφίσταται γένη, τό τε ἑναρμόνιον καὶ τὸ χρωματικὸν καὶ τὸ διατονικόν• ἐκάστου δὲ αὐτῶν ποιεῖται τὴν διαίρεσιν οὕτως. τὸν μὲν γὰρ ἐπόμενον λόγον ἐπὶ τῶν τριῶν γενῶν τὸν αὐτὸν ὑφίσταται καὶ ἐπὶ κζ', τὸν δὲ μέσον ἐπὶ μὲν τοῦ ἑναρμονίου ἐπὶ λε', ἐπὶ δὲ τοῦ διατονικοῦ ἐπὶ ζ', ὥστε καὶ τὸν ἡγούμενον τοῦ μὲν ἑναρμονίου γένους συνάγεσθαι ἐπὶ δ', τοῦ δὲ διατονικοῦ ἐπὶ η'. τὸν δὲ ἐν τῷ χρωματικῷ γένει δεύτερον ἀπὸ τοῦ ὀξύτατου φθόγγου λαμβάνει διὰ τοῦ τὴν αὐτὴν θέσιν ἔχοντος ἐν τῷ διατονικῷ. φησὶ γὰρ λόγον ἔχειν τὸν ἐν τῷ χρωματικῷ δεύτερον ἀπὸ τοῦ ὀξύτατου πρὸς τὸν ὅμοιον τὸν ἐν τῷ διατονικῷ τὸν τῶν σνζ' πρὸς τὰ σμγ'. συνίσταται δὴ τὰ τοιαῦτα τετράχορδα κατὰ τοὺς ἐκκειμένους λόγους ἐν πρώτοις ἀριθμοῖς τούτοις. ἐὰν γὰρ τοὺς μὲν ὀξύτατους τῶν τετραχόρδων ὑποστήσωμεθα ,αφιβ', τοὺς δὲ βαρυτάτους κατὰ τὸν ἐπίτритον λόγον τῶν αὐτῶν ,βιζ', ταῦτα μὲν ποιήσει τὸν ἐπὶ κζ' πρὸς τὰ ,αζμδ' καὶ τοσούτων ἔσσονται πάλιν ἐν τοῖς τρισὶ γένεσιν οἱ δεύτεροι ἀπὸ τῶν βαρυτάτων. τῶν δ' ἀπὸ τοῦ ὀξύτατου δευτέρων ὁ μὲν τοῦ ἑναρμονίου γένους ἔσται ,αωρ'. ταῦτα γὰρ πρὸς μὲν τὰ ,αζμδ' ποιεῖ τὸν ἐπὶ λε' λόγον, πρὸς δὲ τὰ ,αφιβ' τὸν ἐπὶ δ'• ὁ δὲ τοῦ διατονικοῦ γένους τῶν αὐτῶν ἔσται ,αψα'. καὶ ταῦτα γὰρ πρὸς μὲν τὰ ,αζμδ' τὸν ἐπὶ ζ' ποιεῖ λόγον, πρὸς δὲ τὰ ,αφιβ' τὸν ἐπὶ η'• ὁ δὲ τοῦ χρωματικοῦ καὶ αὐτὸς ἔσται τῶν αὐτῶν ,αψρβ'• ταῦτα γὰρ λόγον ἔχει πρὸς τὰ ,αψα' ὃν τὰ σνζ' πρὸς τὰ σμγ'.

Αρχύτας στον Πτολεμαίο *Harm. α.13* /Düring 1930:30.17–31.17

Με βάση το 16Α, οι κατά τον Αρχύτα διαιρέσεις των τετραχόρδων στα τρία γένη έχουν ως εξής:

Διατονικό: Μ–λ:9/8, λ–υ:8/7, υ–Υ:28/27

Χρωματικό: Μ–λ:32/27, λ–υ:243/224, υ–Υ:28/27

Εναρμόνιο: Μ–λ:5/4, λ–υ:36/35, υ–Υ:28/27

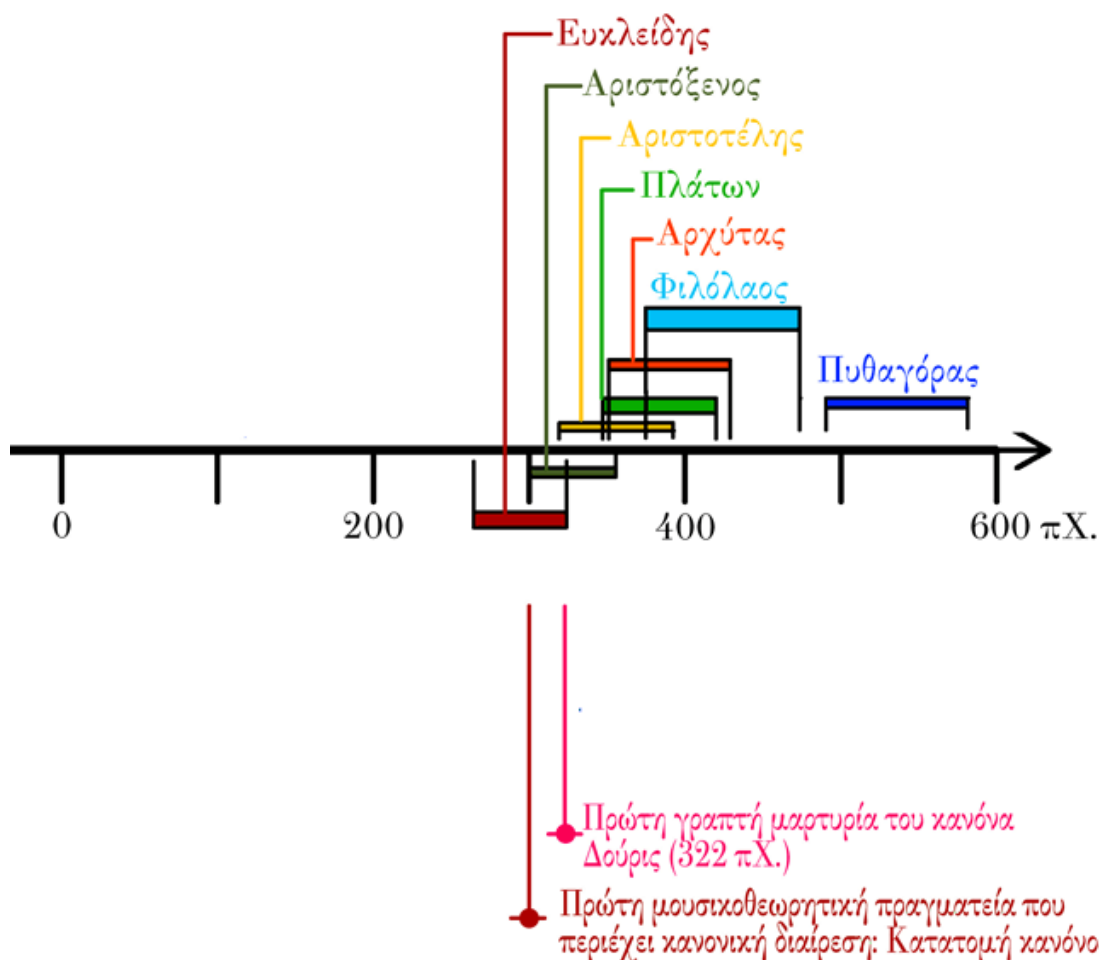
Η σύγχρονοι μελετητές έχουν επανειλημμένως εστιάσει το ενδιαφέρον τους στο απόσπασμα αυτό, καθώς είναι το αρχαιότερο που μας παρέχει από, μετρήσιμο υλικό, πάνω στα μουσικά γένη. Μολονότι οι απόψεις τους διίστανται σχετικά με το κατά πόσον στις τετραχορδικές διαιρέσεις του Αρχύτα αποτυπώνεται η μουσική πράξη της εποχής του, οι μελετητές συντάσσονται ομοθυμωσ στα εξής δύο σημεία: πρώτον, στο ότι ο Αρχύτας διετύπωσε τους λόγους των τριών τετραχόρδων πάνω στη βάση των

τριών μεσοτήτων (αριθμητικής, γεωμετρικής και αρμονικής)[12] και δεύτερον, στο ότι αποκλείεται να χρησιμοποιήσει τον *κανόνα*, διότι οι διαιρέσεις του είναι αδύνατον να παραχθούν με τρόπο γεωμετρικό (με τη χρήση δηλαδή του χάρακα και του διαβήτη). Αποτελούν προϊόν αμιγούς μαθηματικής σκέψης.[13]

Με βάση τα παραπάνω, προκύπτει ότι οι θέσεις του Φιλόλαου του Αρχύτα, δεν στηρίζονται υποχρεωτικά στη χρησιμοποίηση του *κανόνα*. Αυτό, ασφαλώς δεν σημαίνει κιόλας ότι αποκλείεται να τον γνώριζαν. Σε καμία, πάντως, περίπτωση δεν μπορεί να υποστηριχθεί η ύπαρξη και η χρήση του *κανόνα* ως μουσικοθεωρητικού εργαλείου πριν από τον 4^ο π.Χ. αι., στη βάση των αποσπασμάτων 6α του Φιλόλαου και 16Α του Αρχύτα. Όσον, δε, αφορά τον ίδιο τον Πυθαγόρα, δεν διαθέτουμε αξιόπιστο υλικό ώστε να υποστηρίξουμε τη μία ή την άλλη θέση. Η παράδοση που απέδωσε στον Πυθαγόρα την ανακάλυψη των λόγων των πρώτων συμφωνιών και του τόνου είναι γεμάτη παραδοξολογίες. Οι γνωστές ιστορίες που σχετίζονται με τα χτυπήματα των σφυριών στο αμόνι και με τις χορδές από τις οποίες κρέμονταν διαφορετικά βάρη έχει αποδειχθεί πειραματικά ότι είναι εσφαλμένες από την άποψη της ακουστικής.[14] Ωστόσο, όπως σωστά επισημαίνει ο Burnet (1920:II.51), «η παραδοξολογία των ιστοριών που η παράδοση διέσωσε αποτελεί και το κυριότερό τους πλεονέκτημα. Δεν είναι ιστορίες που κάποιος Έλληνας μαθηματικός είναι δυνατόν να επινόησε, αλλά λαϊκές, δημοφιλείς μυθοπλασίες που, χωρίς αμφιβολία, μαρτυρούν την ύπαρξη μιας άλλης, αληθινής παράδοσης, σύμφωνα με την οποία ο Πυθαγόρας ήταν πράγματι εκείνος στον οποίο οφείλουμε την ανακάλυψη των λόγων των συμφωνιών.»[15]

Αλλά, θεωρώ πιθανότερο ότι ο τρόπος της ανακάλυψης αυτής από τον Πυθαγόρα θα πρέπει να στηρίζεται πάνω στις αρχές του πυθαγορισμού• την έλλογη παρατήρηση και τις ανώτερες αλήθειες που φέρουν οι αριθμοί. Ασφαλώς, ο Πυθαγόρας είδε και άκουσε μουσικούς της εποχής του και προφανώς παρατήρησε ότι πολλαπλάσιοι και επιμόριοι λόγοι μικρών ακεραίων εκφράζουν τα μεγέθη των πρώτων συμφωνιών.[\[16\]](#) Με βάση αυτή την παρατήρηση διατύπωσε τη θεωρία των λόγων, η οποία στο πεδίο της εφαρμογής της αποκαλύπτει το συσχετισμό απλούστερων αριθμητικών σχέσεων[\[17\]](#) με τις ωραιότερες ακουστικά συμφωνίες.[\[18\]](#) Στο πλαίσιο της πυθαγόρειας φιλοσοφίας, οι αριθμοί έχουν ανώτερη υπόσταση διότι αποδίδουν θεωρητικές δομές ανεξάρτητες από την αισθητή πραγματικότητα. Γι' αυτό το λόγο τα πορίσματα που προκύπτουν με την έλλογη χρήση τους τίθενται αυτομάτως εκτός διαδικασιών πειραματικού ελέγχου.[\[19\]](#) Έτσι και ο κανών, αν λάμβανε το ρόλο του πειραματικού οργάνου για την επαλήθευση μιας ανώτερης αρχής (της θεωρίας των λόγων εν προκειμένω), θα βρισκόταν έξω από το πλαίσιο της πυθαγόρειας φιλοσοφίας. Είναι, ωστόσο, σίγουρο πως κάποια χρονική στιγμή και για κάποιο λόγο

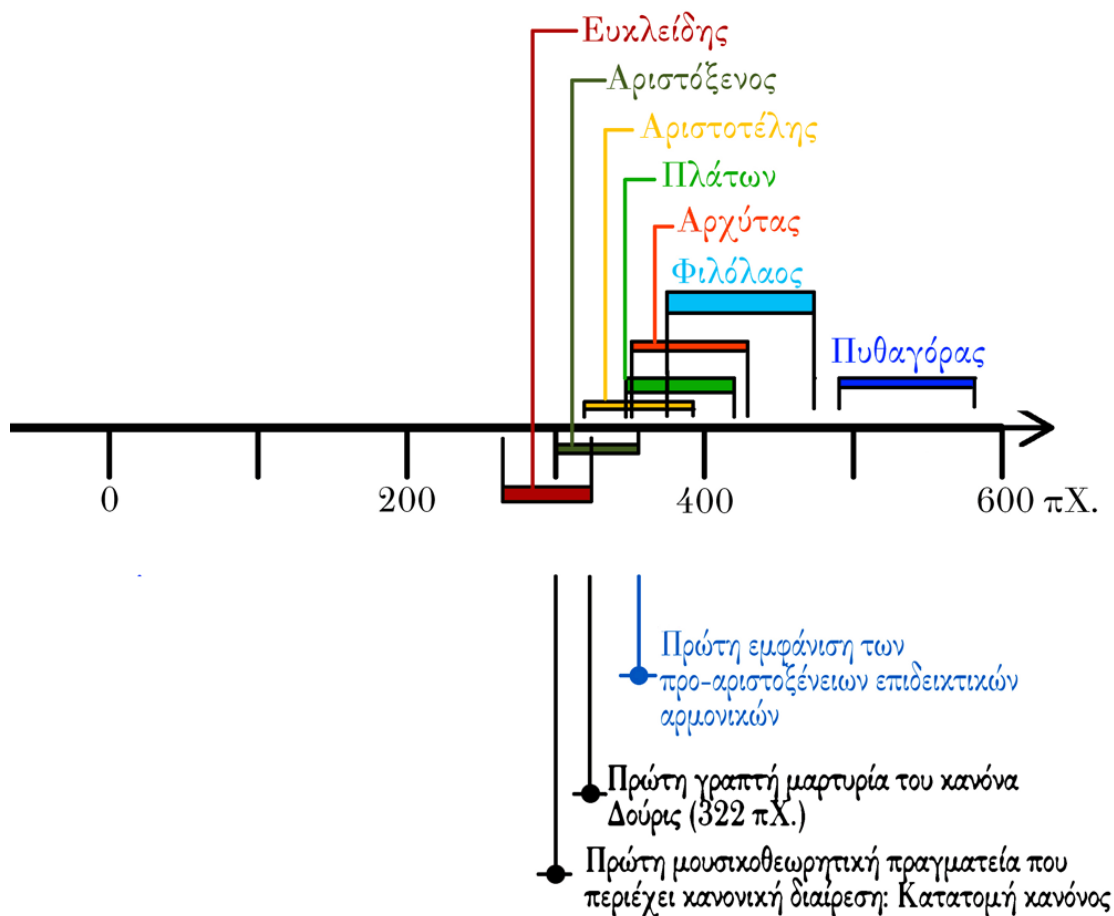
που παρακάτω θα επιχειρηθεί να εξηγηθεί, προέκυψε η ανάγκη της γεωμετρικής απεικόνισης των μηκών που αποδίδουν τους λόγους των διαστημάτων. Ας δούμε που



Τα δύο termini ante quos του κανόνα

θα μπορούσαμε να τοποθετήσουμε τη χρονική αυτή εξέλιξη.

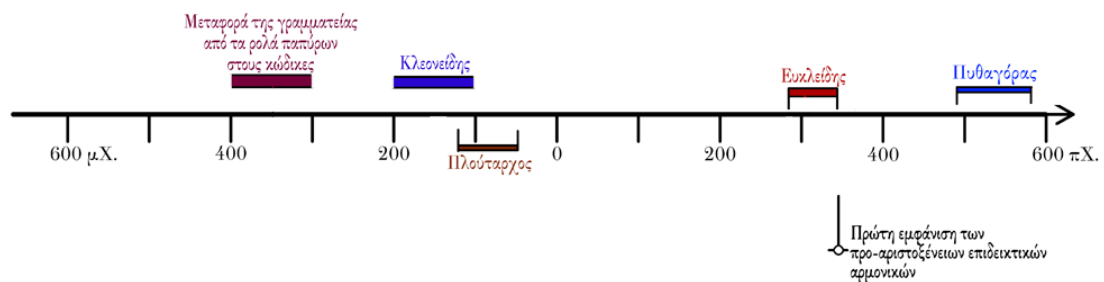
Η γραμματεία διασώζει δύο ανεξάρτητα *termini ante quos* για τον αρμονικό κανόνα που τοποθετούνται την ίδια περίπου χρονική περίοδο. Το πρώτο ταυτίζεται με την αρχαιότερη χρονολογημένη ρητή αναφορά στον αρμονικό κανόνα. Σ' ένα απόσπασμα του Δούριδος από το έργο του *Σαμίων Ψροί*, που γράφτηκε περί το 322 πΧ. και που διασώζεται στον Πορφύριο, κατηγορείται ο Σίμος ο αρμονικός ότι σφετερίσθηκε την ανακάλυψη του κανόνα, μίας από τις επτά σοφίες Αριμνήστου, όπως υποτίθεται (κατά τον Δούρι[20]) ότι αναγραφόταν σε ανάθημα που βρισκόταν στη Σάμο.[21] Το δεύτερο *terminus ante quem* του κανόνα είναι το 300 περίπου πΧ., χρονολογία στην οποία τοποθετείται η πυθαγορικής προέλευσης μουσικοθεωρητική πραγματεία με



Το terminus post quem του κανόνα

τίτλο *Κατατομή κανόνας* που αποδίδεται στον Ευκλείδη. Αν και οι σύγχρονοι μελετητές δεν έχουν πεισθεί απόλυτα ότι το έργο ανήκει στον συγγραφέα των *Στοιχείων*, εν τούτοις, με βάση το περιεχόμενο και τη μεθοδολογική εξέλιξη του έργου ως προς τα προηγούμενα πυθαγορικά αποσπάσματα, όλοι πλέον σήμερα υποστηρίζουν ότι πρέπει να γράφτηκε περί το 300 πΧ. [22]

Πότε, όμως, θα πρέπει να υποθέσουμε το *terminus post quem* του κανόνα; Ο Creese (2002:98), σωστά, θεωρεί ότι η πρώτη εμφάνιση του κανόνα θα πρέπει να συνέβη την εποχή του Αριστοτέλη και εντεύθεν, διότι εντόπισε ότι οι πρώτες αναφορές στον κανόνα ακολουθούν χρονικά την επικράτηση στις αθηναϊκές σκηνές επιδείξεων παιδαγωγικού χαρακτήρα. Αρένες, σκηνές ή και συμποσιακοί χώροι ήταν, όπως συνάγουμε από σχετικό χωρίο στο Θεόφραστο, [23] τόποι για την επίδειξη δεξιοτήτων και παιδαγωγικής κατάρτισης από σοφιστές, οπλομάχους και αρμονικούς, οι οποίοι στόχευαν στην προσέλκυση νέων μαθητών. Τέτοιοι επιδεικτικοί, θα λέγαμε σήμερα, αρμονικοί αναφέρονται στον Ψευδοπλατωνικό διάλογο *Σίσυφο* [24] και σε ένα Πάπυρο της Hibeh. [25] Αυτοί είναι πολύ πιθανό να χρησιμοποιούσαν τον κανόνα, ίσως μαζί με άλλα όργανα ως εποπτικό μέσο στις επιδείξεις τους, με σκοπό να καταστήσουν ελκυστικότερη την εικόνα τους ως παιδαγωγών. [26]



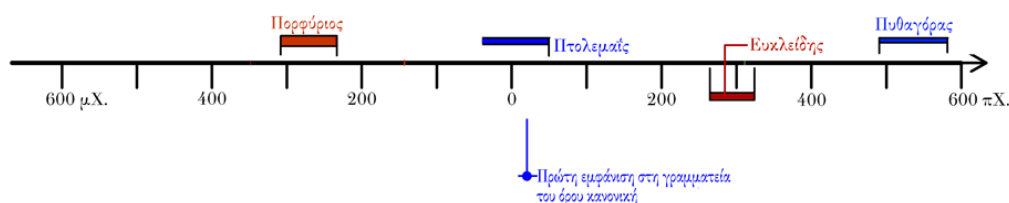
Ο **κανών**, ένα εποπτικό εργαλείο, χρήσιμο στους επιδεικτικούς αρμονικούς περί τα τέλη του 4ου πΧ αιώνα, είχε περισσότερες πιθανότητες να καθιερωθεί, αν συνδεόταν με το όνομα του **Πυθαγόρα**, παρά αν παρουσιάζονταν ως επινόηση ενός άσημου αρμονικού της εποχής.

Αν όμως, είναι όντως έτσι τα πράγματα, για ποιο λόγο η παράδοση συνέδεσε τον κανόνα με τον Πυθαγόρα; Θα επιχειρηθεί εδώ μια εξήγηση μέσα από ανάλογες πρακτικές που εμπίπτουν στο πεδίο της φιλολογίας: είναι γνωστές οι περιπτώσεις όπου κατά τη μεταφορά των έργων της γραμματείας από τους παπύρους στους κώδικες, αρκετοί συλλέκτες τοποθετούσαν έργα άσημων συγγραφέων μαζί με εκείνα των δημοφιλών (πολλές φορές αποδίδοντάς τα στους δεύτερους) με σκοπό τη διάσωσή τους.^[27] Ειδικά, όσον αφορά την παράδοση των μουσικοθεωρητικών πραγματειών λόγου χάριν, μολονότι ο αρχέτυπος κώδικας αποδίδει το *Περὶ μουσικῆς* του Ψευδοπλουτάρχου στον Πλούταρχο, έχει υποστηριχθεί ότι ο διάλογος δεν πρέπει να είναι έργο του, αλλά δημιούργημα κάποιου συμπληρή του τελευταίου τέταρτου του 2ου αιώνα μΧ.^[28] Το έργο, αν και δεν διακρίνεται για την ποιότητα του λογοτεχνικού ύφους του μας παραδίδει πολύτιμο πρωτότυπο υλικό για τη μουσική• πιθανότατα η πρωτοβουλία κάποιου συλλέκτη της ύστερης αρχαιότητας να το αποδώσει στον Πλούταρχο εξασφάλισε τη διάσωσή του. Η *Εἰσαγωγή ἁρμονικὴ* του Κλεονείδη, στον έναν από τους δύο κλάδους της παράδοσής της –αυτός που προέρχεται από τον Venetus Marcianus app. cl. VI/3–^[29] φέρει μεν τον τίτλο *Εἰσαγωγή ἁρμονικὴ* αλλά αποδίδεται στον Ευκλείδη.^[30] Δεν θεωρείται σίγουρο ότι ο κλάδος του χειρογράφου της Βενετίας θα είχε διασωθεί αν η Εἰσαγωγή βρισκόταν μόνον κάτω από το όνομα του πραγματικού συγγραφέα της, ο οποίος είναι γνωστός μόνον από αυτό το έργο. Και εδώ η ομαδοποίηση των δύο πραγματειών τοποθετείται χρονικά στον 5ο μΧ. αι.^[31]

Ας επανέλθουμε στο ζήτημα που μας απασχολεί και ας το εξετάσουμε από αυτή τη σκοπιά. Περί τα μέσα του 4^{ου} αιώνα δρα μια ομάδα «επιδεικτικών» αρμονικών προ-αριστοξενικής προέλευσης. Όπως είδαμε, οι αρμονικοί αυτοί απευθύνονται σε μικτό ακροατήριο (μουσικών αλλά και σοφιστών) και παρουσιάζουν τη δραστηριότητά τους «λόγω και έργω.» Γνωρίζουμε, εξ άλλου, από τον Αριστοτέλη, ότι την ίδια χρονική στιγμή δραστηριοποιούνται δύο παράλληλες σχολές της αρμονικής: *ἡ τε μαθηματικὴν καὶ ἡ κατὰ τὴν ἀκοήν.*^[32] Ενδεχομένως, κάποια στιγμή από την εποχή του Αριστοτέλη και εντεύθεν οι εκφραστές της λεγόμενης «μαθηματικής αρμονικής» υιοθέτησαν την επιδεικτική μορφή στη διδασκαλία τους προσαρμόζοντάς την στις θεωρήσεις τους. Ο κανόνας ήταν προφανώς το προσφορότερο μέσον για το σκοπό αυτό. Όμως, ένα εποπτικό εργαλείο, χρήσιμο στους επιδεικτικούς, μαθηματικής κατεύθυνσης, αρμονικούς περί τα μέσα του 4^{ου} πΧ. αιώνα είχε περισσότερες πιθανότητες να καθιερωθεί, αν συνδεόταν με το όνομα του Πυθαγόρα, παρά αν

παρουσιάζοταν ως επινόηση ενός άσημου επιδεικτικού αρμονικού της εποχής. Και βεβαίως οι εμπνευστές αυτής της ιδέας, αν όντως υπήρχαν, το κατόρθωσαν. Αν, λοιπόν, λάβουμε υπ' όψιν τις μαρτυρίες που διαθέτουμε αλλά και την απουσία μαρτυριών που θα περιμέναμε να υπάρχουν, είναι πλέον εφικτό να αποδεσμευθεί πλήρως ο *κανών* από το όνομα του Πυθαγόρα, και να τοποθετηθεί η εμφάνιση του οργάνου ως επιδεικτικού εποπτικού εργαλείου της μαθηματικής αρμονικής, στα μέσα του 4^{ου} πΧ. αι.

Έχοντας, λοιπόν, υποστηρίξει την πρώτη εμφάνιση του *κανόνα*, ας δούμε τώρα την τοποθέτηση στο χρόνο της πρώτης εμφάνισης του όρου *κανονική*. Τον όρο αναφέρει πρώτη η Πτολεμαΐς η Κυρηναία, φιλόσοφος, που άκμασε περί τα μέσα ή τα τέλη του 1^{ου} πΧ. αιώνα.[\[33\]](#) Έγραψε το έργο *Πυθαγορική τῆς μουσικῆς στοιχείωσις*,



Πτολεμαΐς η Κυρηναία, στον Πορφύριο: *Πυθαγορική τῆς μουσικῆς στοιχείωσις* (αποσπάσματα)

Η Πτολεμαΐς δίδει τρεις πληροφορίες για την προέλευση της *κανονικής* επιστήμης:

- 1^η ότι ονοματοδοτήθηκε και ασκήθηκε από τους, μετά τον Αριστοτέλη, πυθαγορικούς
- 2^η ότι η επιστήμη που στις μέρες της ονομαζόταν *αρμονική*, οι πυθαγορικοί αυτοί την ονόμαζαν *κανονική*
- 3^η ότι ο όρος *κανονική*, δεν έλκει την καταγωγή του από τον *κανόνα*, το όργανο της εφαρμογής της, αλλά από τον ευθύ τρόπο που η μέθοδος καταδεικνύει το ακριβές του λογικού κριτηρίου.

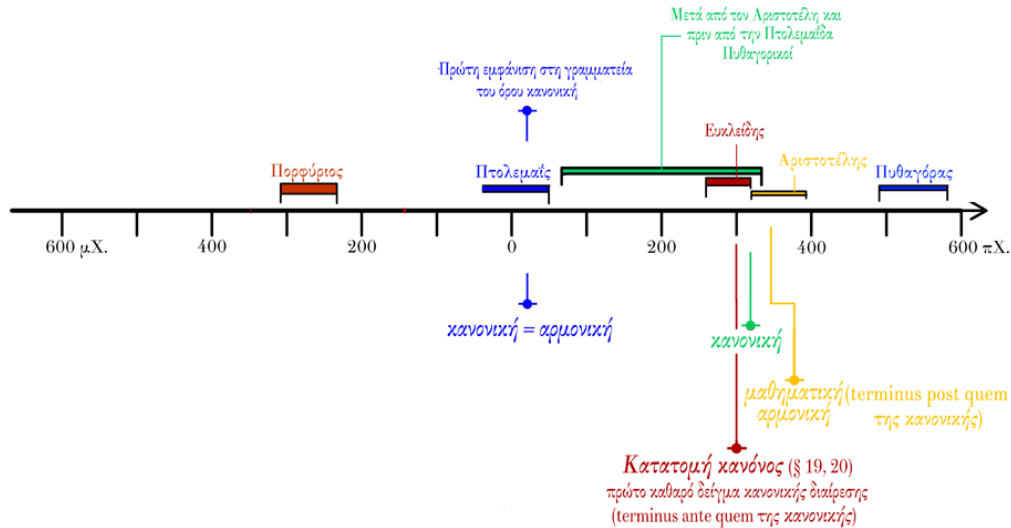
Μάλιστα αναφέρει ρητά ότι ο *κανών* πήρε το όνομά του από την *κανονική* επιστήμη.

αποσπάσματα του οποίου διασώζονται στον Πορφύριο. Η Πτολεμαΐς δίδει τα ακόλουθα στοιχεία για να διερευνήσουμε την προέλευση της *κανονικής* επιστήμης:

1^η ότι η *κανονική* ονοματοδοτήθηκε και ασκήθηκε από τους, πυθαγορικούς. Πρόκειται για την επιστήμη που στις μέρες της ονομαζόταν *αρμονική*, μολονότι οι πυθαγορικοί αυτοί την ονόμαζαν *κανονική*.[\[34\]](#)

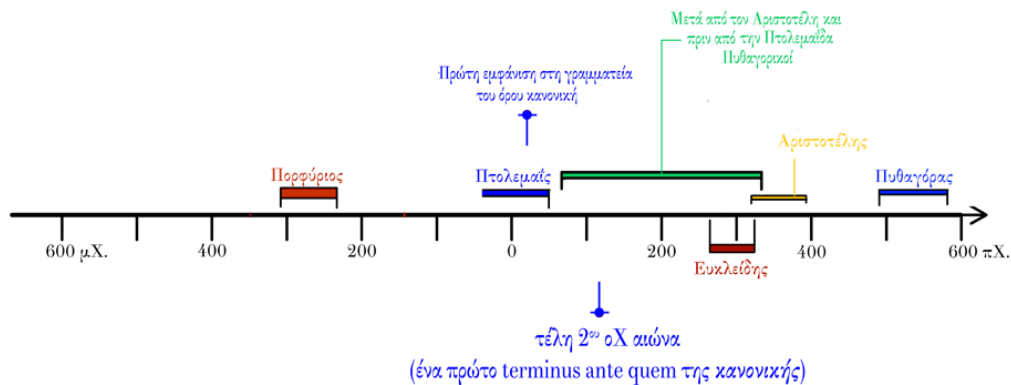
2^η ότι ο όρος *κανονική*, δεν έλκει την καταγωγή του από τον *κανόνα*, το όργανο της εφαρμογής της, αλλά από τον ευθύ τρόπο που η μέθοδος καταδεικνύει το ακριβές του λογικού κριτηρίου. Μάλιστα αναφέρει ρητά ότι ο *κανών* πήρε το όνομά του από την *κανονική* επιστήμη και όχι το αντίθετο.[\[35\]](#)

Η πρώτη πρόταση της Πτολεμαΐδας (*καθόλου κατά τούς Πυθαγορικούς*), χρονικά, δεν μας προσανατολίζει επαρκώς: κι αυτό διότι ασφαλώς, οι «πυθαγορικοί» που αναφέρει δεν πρέπει να είναι οι πριν από την εποχή του Πλάτωνα πυθαγόρειοι. Όμως, πυθαγορικοί υπήρχαν τόσο πριν όσο και μετά από την εποχή της Πτολεμαΐδας. Πυθαγορική ενδέχεται να ήταν κι αυτή.[\[36\]](#) Η δεύτερη, ωστόσο, πρότασή της μπορεί να μας διαφωτίσει περισσότερο: πρώτον, το ότι χρησιμοποιείται ιστορικός χρόνος



Πτολεμαίς:
 “η επιστήμη που οι πυθαγορικοί ονόμαζαν κανονική τώρα καλείται αρμονική”

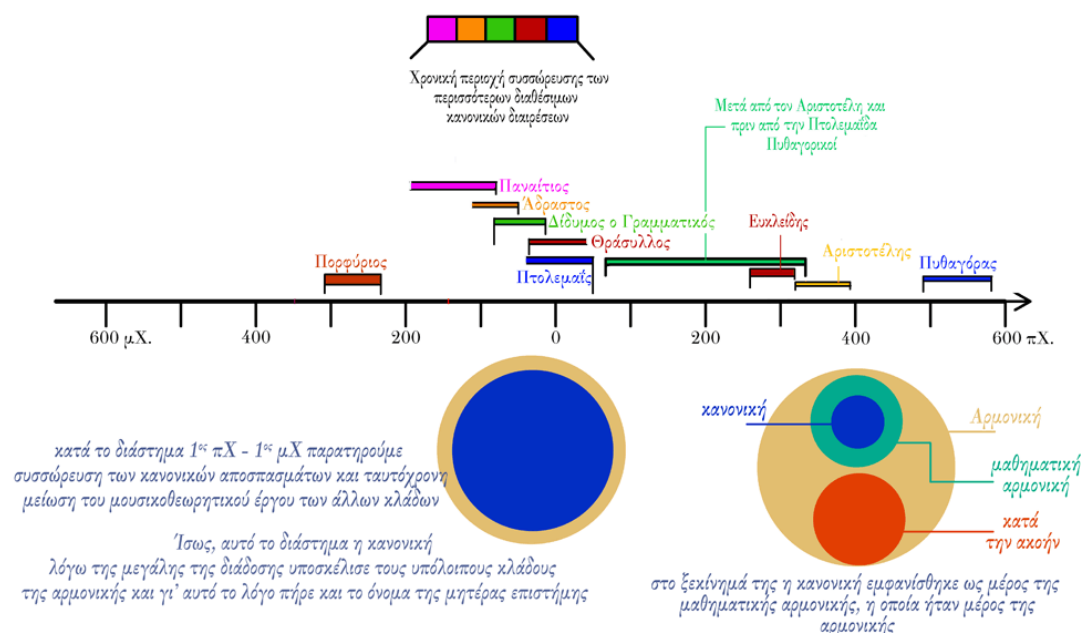
στη διατύπωσή της (ώνόμαζον), μας βοηθά στο να τοποθετήσουμε ένα πρώτο terminus ante quem της κανονικής, ίσως, λίγες δεκαετίες πριν από το χρονικό πεδίο της δράσης της Πτολεμαΐδας. Έστω ότι, αυθαιρέτως, το τοποθετούμε στα τέλη του 2^{ου} π.Χ. αι. Διαβάζουμε, όμως, ότι η ίδια επιστήμη που στις μέρες της ονομαζόταν αρμονική, οι πυθαγορικοί την έλεγαν κανονική. Αυτό, σε πρώτη ανάγνωση, έρχεται σε αντίθεση με το ότι, –σύμφωνα, ασφαλώς, με τις μαρτυρίες που διαθέτουμε– η ίδια η Πτολεμαΐς μας προσφέρει την πρώτη εμφάνιση του όρου κανονική.



Πτολεμαίς: η κανονική ονοματοδοτήθηκε και ασκήθηκε από τους Πυθαγορικούς.
 (χρησιμοποιεί ιστορικό χρόνο, επομένως αναφέρεται σε πυθαγορικούς που έδρασαν πριν από την εποχή της)

Διότι, γνωρίζουμε ότι κατά την εποχή του Αριστοτέλη υπήρχε η αρμονική επιστήμη, κλάδος της οποίας ήταν η «μαθηματική αρμονική». Ο κλάδος αυτός της αρμονικής προσδίδει ποσοτικά χαρακτηριστικά στον ήχο και το διάστημα, και συνδέεται με την αριθμητική. Επομένως, το terminus post quem της κανονικής θα πρέπει να τοποθετηθεί στην εποχή του Αριστοτέλη, στα μέσα, δηλαδή, του 4ου αιώνα. Όπως, όμως, θα δούμε παρακάτω, η κανονική σχετίζεται, τόσο με την αριθμητική, όσο και με τη γεωμετρία. Πιθανότατα, λοιπόν, γύρω στο 300 π.Χ. θα πρέπει να εμφανίστηκε ένας νέος κλάδος μαθηματικής αρμονικής, η κανονική, ως μετεξέλιξη της μαθηματικής αρμονικής, πρώτο ξεκάθαρο δείγμα της οποίας αποτελούν οι δύο

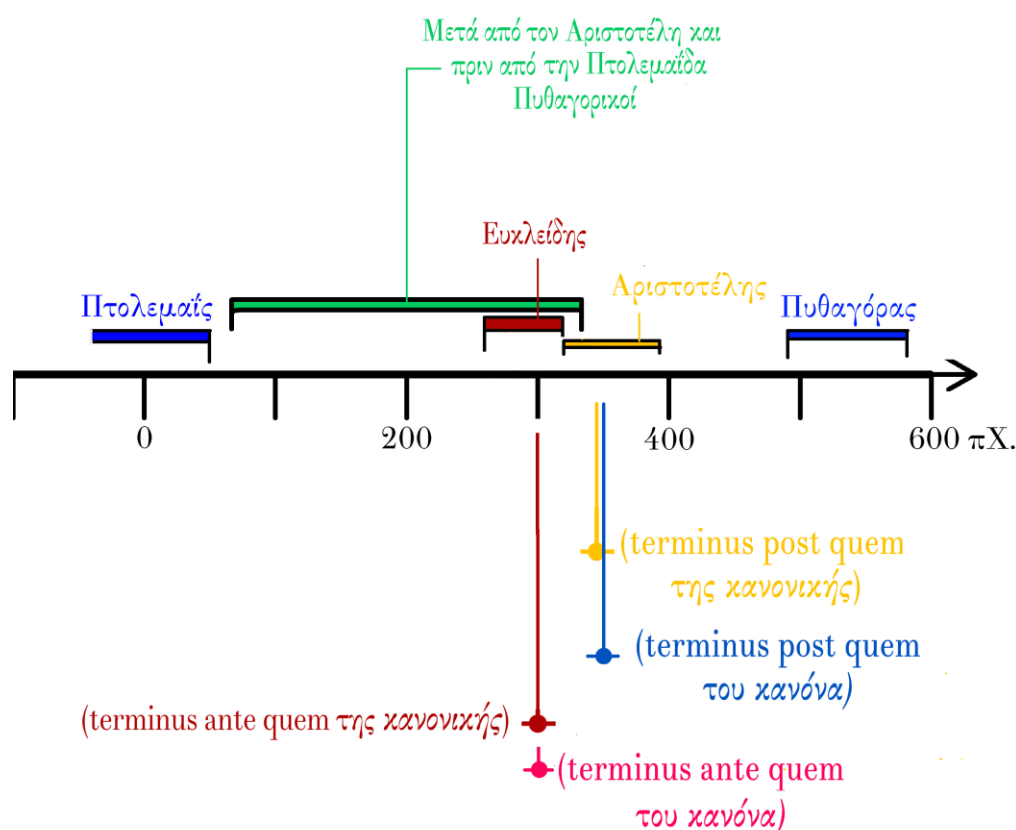
τελευταίες ενότητες της *Κατατομής κανόνος*. Αυτή θα πρέπει είναι η εποχή που αντιστοιχεί στο παρελθόν της Πτολεμαϊδας, και που κατ' αυτήν, η επιστήμη ονομαζόταν *κανονική* από τους πυθαγορικούς. Εκεί, επομένως, ότι θα πρέπει να τοποθετήσουμε το *terminus ante quem* της *κανονικής*.



Γιατί όμως, στην εποχή της Πτολεμαϊδας ο όρος *κανονική* αντικαταστάθηκε από τον όρο *αρμονική*; Ιστορικά, δεχόμαστε ότι η αρμονική, περικλείει την έννοια της ευρύτερης επιστήμης. Μέρη της είναι η *μαθηματική* (πυθαγόρεια) ή η *μουσική* (αριστοξένεια) αρμονική. Χωρίς αμφιβολία, αρχικά η *κανονική* πρέπει να ξεκίνησε ως κλάδος της αρμονικής και δη της μαθηματικής. Παρατηρούμε, όμως, ότι από το σύνολο των μη βυζαντινών *κανονικών* θεωρητικών, διαιρέσεις των οποίων έχουν διασωθεί (συγγραφέας της *Κατατομής*,[\[37\]](#) Θράσυλλος,[\[38\]](#) Άδραστος,[\[39\]](#) Παναίτιος,[\[40\]](#) Ανώνυμοι Stamm[\[41\]](#)) συμπεριλαμβανομένων της Πτολεμαϊδας και του Διδύμου, για τους οποίους γνωρίζουμε ότι εφάρμοσαν την *κανονική* θεωρία, πέντε εξ αυτών (Θράσυλλος, Πτολεμαΐδα, Άδραστος, Δίδυμος, Παναίτιος) έδρασαν στο διάστημα μεταξύ 1^{ου} πΧ. και 1^{ου} μΧ. αιώνα.[\[42\]](#) Από αυτό συμπεραίνουμε ότι η *κανονική* θεωρία γνώρισε ιδιαίτερη άνθιση κατά το χρονικό αυτό διάστημα. Δεν αποκλείεται, λοιπόν, λόγω της ευρείας, τότε, εξάπλωσής της να υποσκελίσει τους υπόλοιπους κλάδους της αρμονικής και, ως μοναδικός εκπρόσωπός της, να πήρε το όνομά της. Άλλωστε, η εμφάνιση και εξάπλωση της *κανονικής* συνέπεσε με την περίοδο κατά την οποία, εντοπίζουμε χρονικά διαστήματα με περιορισμένη πνευματική δημιουργία.[\[43\]](#) Γι' αυτό, μάλλον, και δεν διαθέτουμε μουσικοθεωρητικές πραγματείες που χρονολογούνται μέσα σε αυτό το χρονικό διάστημα.

Η δεύτερη τοποθέτηση της Πτολεμαϊδας, ότι η *κανονική* δεν κατάγεται από τον *κανόνα*, αλλά ότι συμβαίνει το αντίθετο, αποτελεί άποψη που δεν μπορεί να επαληθευθεί από τις υπόλοιπες διαθέσιμες πηγές. Στη σχετική με την καταγωγή του *κανόνα*, τοποθέτησή του ο Πορφύριος δεν τον συνδέει με την *κανονική* επιστήμη. Κατά τον Πορφύριο, ο *αρμονικός κανών* πήρε το όνομά του από τον χάρακα, λόγω της ομοιότητάς του με το όργανο που εντοπίζει με ακρίβεια ότι ξεφεύγει από τις αισθήσεις μας.[\[44\]](#) Ο Παναίτιος φαίνεται πως αποκλίνει κι αυτός από την άποψή της: ο *κανών* λέει, ονομάζεται έτσι επειδή αποτελεί για την ακοή το κριτήριο του

καθορισμού του πλήθους των συμφωνιών.[45] Βλέπουμε, λοιπόν, ότι η μαρτυρία της Πτολεμαΐδας όσον αφορά την καταγωγή του όρου, δεν μπορεί να τεκμηριωθεί από τις υπόλοιπες διαθέσιμες πηγές. Εκτός από την διαφανόμενη απόκλιση του Πορφύριου και του Παναιτίου πάνω στο ζήτημα, παρατηρούμε επίσης, ότι, μολονότι τα *termini ante quos* της *κανονικής* και του *κανόνα* ταυτίζονται, το *terminus post quem* του *κανόνα* εντοπίζεται λίγο πριν από εκείνο της *κανονικής*. Καί εξ αυτού συνάγουμε ότι η επιστήμη πρέπει να αντλεί την καταγωγή της από το όργανο της εφαρμογής της και όχι το αντίθετο. Το ίδιο, άλλωστε, συνέβη και με την διοπτρική.[46] Μάλιστα, τα διαθέσιμα ιστορικά δεδομένα συμπληρώνουν το ψηφιδωτό: δεδομένου ότι μπορούμε βάσιμα να υποθέσουμε τη χρήση του *κανόνα* από επιδεικτικούς αρμονικούς της εποχής μετά τον Αριστοτέλη, κάποια χρονική στιγμή περί τα τέλη του 4^{ου} αιώνα π.Χ. θα πρέπει και οι –κατά τον Αριστοτέλη– «μαθηματικοί αρμονικοί» να ενσωμάτωσαν



τη χρήση του οργάνου στη μεθοδολογία τους. Προϊόν της σύνθεσης αυτής φαίνεται πως ήταν η μετεξέλιξη της μαθηματικής αρμονικής στην λεγόμενη *κανονική* επιστήμη.

Παρά την κριτική μας στην Πτολεμαΐδα, όσον αφορά την τοποθέτησή της στην προέλευση της *κανονικής* επιστήμης, τα αποσπάσματά της στον Πορφύριο είναι μεγάλης σπουδαιότητας, γιατί μας πληροφορούν συστηματικά και αναλυτικά για τις αρχές και τους σκοπούς της *κανονικής*. Σύμφωνα με την Πτολεμαΐδα, ζητούμενο του *κανονικού* επιστήμονα είναι να ανασκευάζει τους λόγους των εμμελών συστημάτων. Σκοποί, δε, της *κανονικής* είναι αφ' ενός να καταδεικνύει την ακρίβεια του λογικού κριτηρίου, αφ' ετέρου να παρέχει τη μέθοδο του εντοπισμού (πάνω στον *κανόνα* ή σε οποιοδήποτε ανάλογο όργανο ή ακόμα και στο χαρτί), των θέσεων που αποδίδουν τα

εμμελή συστήματα. Προκειμένου να καθορίσει τις προϋποθέσεις της *κανονικής* μεθόδου, η Πτολεμαΐς κατατάσσει τους μουσικοθεωρητικούς σε δύο βασικές ομάδες: πρώτον στους *μουσικούς*, δηλαδή τους αρμονικούς που βασίζουν τις θέσεις τους στην αίσθηση και, δεύτερον, στους *κανονικούς*, δηλαδή τους πυθαγορικούς αρμονικούς που ανασκευάζουν τους λόγους των εμμελών συστημάτων. Με βάση αυτές τις παραδοχές μας πληροφορεί ότι η *κανονική* συνίσταται, αφ' ενός μεν από τους ορισμούς των *μουσικών*, αφ' ετέρου δε από τα πορίσματα των *μαθηματικών*. Στη συνέχεια καταθέτει τους ορισμούς που η *κανονική* παραλαμβάνει από τους *μουσικούς* και που αφορούν στοιχεία που η επιστήμη αντλεί με την αίσθηση:^[47] ότι τα διαστήματα διακρίνονται σε σύμφωνα και διάφωνα, ότι το διάστημα διά πασών λαμβάνεται ως σύνθετο και συγκροτείται από το διά τεσσάρων και το διά πέντε, ότι ο τόνος είναι η υπεροχή του διά πέντε από το διά τεσσάρων, και άλλα παρόμοια (πχ. τον ορισμό της συμφωνίας^[48]). Τα πορίσματα των μαθηματικών εξ άλλου, συνάγονται μέσω της έλλογης θεώρησης, η οποία, όμως, βασίζεται στα δεδομένα με τα οποία η αίσθηση συνδράμει τη διάνοια:^[49] ότι, δηλαδή, τα μεγέθη των διαστημάτων εκφράζονται ως αριθμητικοί λόγοι, ότι το ύψος των φθόγων είναι προϊόν συγκεκριμένου αριθμού κινήσεων και άλλα (*τὰ παραπλήσια*^[50]).

Η αναλυτική προσέγγιση της *κανονικής θεωρίας* από την Πτολεμαΐδα συνοψίζεται από τον Πορφύριο ως εξής: οι αρχές της *κανονικής* εντάσσονται σ' ένα γενικό πλάνο εργασίας που περιλαμβάνει εκτός από την αρμονική, δύο ακόμα επιστήμες: την αριθμητική και τη γεωμετρία.^[51] Η δι-επιστημονική αυτή προσέγγιση, θα λέγαμε χωρίς να αποφεύγουμε τον αναχρονισμό, δεν είναι τυχαία, αλλά βασίζεται κυρίως στη ρόλο που λαμβάνει ο *κανόνας* μέσα στο πλαίσιο της *κανονικής* θεώρησης και κάτω από την υπεύθυνη επίβλεψη της διάνοιας. Το *πρόβλημα* που η πυθαγορική αρμονική έθεσε δια των εκπροσώπων της ήταν η ομολογημένη αδυναμία των αισθήσεων –λόγω της φύσης τους– να λειτουργούν ως μέτρο για τον υπολογισμό των διαφορών. Βέβαια, επειδή τουλάχιστον για τους αρχαίους δεν υπήρχε ακουστική μονάδα μέτρησης, η αναζήτηση της ακρίβειας ήταν εφικτή μόνον με τη μεταφορά των ηχητικών διαφορών από το ακουστικό στο οπτικό πεδίο.^[52] Συγκεκριμένα, μέσω του μετασχηματισμού –θα λέγαμε σήμερα– των λόγων των συχνοτήτων σε λόγους μηκών χορδής. Έτσι, κρούοντας διαδοχικά τα διαφορετικά μήκη χορδής του διαβαθμισμένου *κανόνα*, αφενός η ακοή εντοπίζει το μουσικό διάστημα, αφ' ετέρου με το μάτι επιτυγχάνεται η μεταφορά της ακουστικής εμπειρίας στο πεδίο της όρασης, δεδομένου ότι οι ήχοι που ακούστηκαν αντιστοιχούν σε συγκεκριμένα μήκη χορδής που επλήγησαν. Κι εδώ επιστρατεύονται οι επιστήμες της γεωμετρίας και της αριθμητικής:^[53] οι ήχοι γίνονται πλέον μετρήσιμος αριθμός «κινήσεων»,^[54] καθώς, η γεωμετρία με τη χρήση του χάρακα και του διαβήτη μας εξασφαλίζει τη μέτρηση συγκεκριμένων μηκών χορδής, ενώ μέσω της αριθμητικής μετατρέπουμε τα μήκη σε αριθμητικά δεδομένα και αποδίδουμε το ακριβές μέγεθος του παραγόμενου διαστήματος ως λόγο ακεραίων.

Η πρώτη *κανονική* κατατομή αποδίδεται –παρ' όλες τις επιφυλάξεις που έχουν διατυπωθεί–^[55] στον Ευκλείδη και περιγράφεται στις δύο τελευταίες ενότητες της *Κατατομής κανόνος*. Η κατατομή γίνεται σε δύο φάσεις: στην πρώτη,^[56] ο συγγραφέας χαράσσει τις θέσεις των *εσώτων* φθόγων στο *ευκλείδειο αμετάβολο* σύστημα.^[57] Ο τρόπος της διαίρεσης είναι ο απλούστερος δυνατός, ο εξής: διαιρεί το συνολικό μήκος της χορδής – έτσι χαράσσει τις θέσεις του *διατονικού λιχανού υπατών*, της *μέσης* και της *νήτης υπερβολαίων*) ή διαιρεμένα τμήματά της σε δύο ή τρία μέρη (έτσι χαράσσει τις θέσεις της *νήτης συνημμένων*, της *νήτης διεξευγμένων*

και της παραμέσης)• ορισμένες, πάλι, φορές διπλασιάζει ήδη διαιρεμένα τμήματα (στην περίπτωση της υπάτης μέσων και της υπάτης υπατών). Στη δεύτερη φάση[58] ο συγγραφέας χαράσσει τις θέσεις των ενδιάμεσων φθόγγων (κινουμένων) του τετραχόρδου στο διτονιαίο–διατονικό γένος μόνο. Εδώ επιλέγει μια συνθετότερη, γεωμετρικά, διαδικασία: διαιρεί το μήκος του οξύτερου φθόγγου, της νήτης υπερβολαίων, στα οκτώ και κατόπιν προσθέτει ένα ακόμη όγδοο για να χαράξει τη θέση της παρανήτης. Με τον ίδιο τρόπο και με αφετηρία το μήκος της παρανήτης εντοπίζει τη θέση της τρίτης. Ο συγγραφέας χρησιμοποιεί το ένα μόνο μέρος της χορδής του κανόνα. Ο θέσεις των ομόλογων φθόγγων στα υπόλοιπα τετράχορδα βρίσκονται εύκολα, καθώς απέχουν κατά το διά πέντε ή κατά το διά τεσσάρων, στην περίπτωση της διάζευξης ή της συναφής αντιστοίχως.

Τρεις αιώνες περίπου αργότερα, ο Θράσυλλος παραδίδει μια πιο συστηματοποιημένη διαίρεση: παρουσιάζει τα δεδομένα ακολουθώντας διαδοχικά διμερή, τριμερή, τετραμερή και κατόπιν οκταμερή και εννεαμερή διαίρεση του κανόνα. Με τις τρεις πρώτες διαιρέσεις εντοπίζει τις θέσεις των εσώτων και υπολογίζει τους μεταξύ τους λόγους των συμφωνιών.[59] Με την οκταμερή και εννεαμερή διαίρεση χαράσσει τις θέσεις των κινουμένων στο διτονιαίο–διατονικό γένος αλλά και της χρωματικής διατόνου σε όλα τα τετράχορδα πλην εκείνου των υπατών.[60] Μάλιστα προτείνει και μια τριχορδική εναρμόνια διαίρεση που προκύπτει αν σε όλα τα τετράχορδα αφαιρεθούν οι διάτονοι.[61] Όπως κι ο ευκλείδειος συγγραφέας, και ο Θράσυλλος χρησιμοποιεί τη μία μόνο από τις πλευρές του κανόνα.

Μερικές δεκαετίες αργότερα από το Θράσυλλο, ο Άδραστος διαιρεί τον κανόνα αρχικά σε τέσσερα μέρη και κατόπιν σε εννέα με σκοπό να καταδείξει τους λόγους των πέντε πυθαγόρειων συμφωνιών και του τόνου.[62] Γι' αυτό άλλωστε δεν υπεισέρχεται στην ονοματολογία των φθόγγων. Για τον υπολογισμό του λόγου της δια τεσσάρων, της δια πασών και της δις δια πασών, χρησιμοποιείται ολόκληρο το μήκος της χορδής σε σχέση με τα $\frac{3}{4}$, το $\frac{1}{2}$ και το $\frac{1}{4}$ αντίστοιχα, ενώ για τον υπολογισμό των λόγων της δια πέντε και της διά πασών-και-διά πέντε χρησιμοποιείται ως φθόγγος αναφοράς εκείνος που αντιστοιχεί στα $\frac{3}{4}$ της χορδής σε σχέση με τα $\frac{2}{4}$ και το $\frac{1}{4}$ αντιστοίχως. Κι αυτός χρησιμοποιεί μόνο τη μια από τις δύο πλευρές του κανόνα.

Ο Παναίτιος, τέλος, περί τα τέλη του 1^{ου} μΧ. αι., αν όχι λίγο αργότερα, καταδεικνύει κι αυτός τους λόγους των πέντε πυθαγόρειων συμφωνιών με τη διμερή, την τριμερή και την τετραμερή διαίρεση του κανόνα• με την εννεαμερή, τέλος, διαίρεση μετρά τον επόγδοο λόγο.[63] Η μέθοδος του Παναϊτίου δείχνει περισσότερο εξελιγμένη: κατά την τριμερή διαίρεση της χορδής, τοποθετεί τον κινούμενο καβαλάρη στη θέση της μίας από τις δύο τομές• κατόπιν, κρούοντας ολόκληρη τη χορδή και ύστερα το μεγαλύτερο τμήμα που προέκυψε από τη διαίρεση, λαμβάνει τη διά πέντε συμφωνία, ενώ κρούοντας ολόκληρη τη χορδή και κατόπιν το μικρότερο τμήμα που προέκυψε από τη διαίρεση, λαμβάνει τη διά πασών και διά πέντε. Η ίδια μέθοδος ακολουθείται και στην τετραμερή διαίρεση. Έτσι, χρησιμοποιώντας την μια πλευρά του κανόνα σε σχέση με το συνολικό μήκος του παράγει τη διά τεσσάρων, ενώ εκμεταλλευόμενος και την άλλη πλευρά του κανόνα παράγει τη δις διά πασών σε σχέση με ολόκληρο το μήκος της χορδής.

Δύο ακόμη κατατομές,[64] που διασώζονται ολόκληρες σε ένα φλωρεντινό χειρόγραφο του 13^{ου} αιώνα, αποδίδονται σε ανώνυμο συγγραφέα, ασφαλώς

προγενέστερο των βυζαντινών χρόνων, αλλά πιθανότατα της ύστερης αρχαιότητας.[65] Στην πρώτη δίδεται ένας κανόνας 24 μονάδων, στον οποίον, αφού χαραχθεί η θέση της μέσης στις δώδεκα και η θέση της νήτης υπερβολαίων στις έξι μονάδες, δίδονται τα μήκη των εκατέρωθεν της μέσης ομόλογων φθόγγων, καθώς και η σημείωση ότι το γινόμενο των μηκών του καθενός εκ των δύο αυτών ομόλογων φθόγγων ισούται με το τετράγωνο του μήκους της μέσης. Στην δεύτερη κατατομή, με αφετηρία την εννεαμερή διαίρεση και, ύστερα, τις υπόλοιπες διαιρέσεις, εντοπίζονται οι θέσεις των εσώτων κατά την ανιούσα διαδοχή σε σχέση με τον προσλαμβανόμενο στο τέλειον μείζον σύστημα, και υπολογίζονται οι λόγοι των διαστημάτων που σχηματίζονται. Η παραγωγή των ζητούμενων φθόγγων επιτυγχάνεται με τη μετακίνηση του κινούμενου καβαλάρη από θέση σε θέση, με κατεύθυνση από το ένα, στο άλλο άκρο του κανόνα. Στην τελευταία αυτή κατατομή, αν και διατυπώνονται πυθαγορικές θέσεις, εν τούτοις, κάνει παραδόξως την εμφάνισή της η αριστοξένεια ορολογία: σε κάποιο σημείο γίνεται αναφορά στους όρους *ημιτόνιον* και *ήμισυ του τόνου*. [66] Η χρήση των όρων αυτών χαρακτηρίζεται ως απαράδεκτη στο πλαίσιο των αρχών της κανονικής επιστήμης, όπως αυτές έχουν σκιαγραφηθεί από την Πτολεμαΐδα.

Όμως, τα αποσπάσματα Stamm δεν φαίνεται να είναι τα πρώτα που αποκλίνουν από το ακριβές περιεχόμενο ή τη μέθοδο της κανονικής ως επιστήμης. Σε χωρίο του Πλουτάρχου (τέλη 1^{ου} μΧ. αι) εντοπίζουμε τη φράση *κανονικήν πᾶσαν*, [67] που πιθανώς περικλείει το σύνολο των επιμέρους κλάδων της αρμονικής επιστήμης κάτω από την ομπρέλα της κανονικής, ενώ τον 6^ο αιώνα ο Σιμπλήκιος χρησιμοποιεί τον όρο εναλλακτικά με τον όρο *αρμονική*. [68] Αυτό ίσως και να σημαίνει ότι από τον 2^ο αιώνα και εντεύθεν πιθανότατα αμβλύνθηκαν οι αυστηρές προϋποθέσεις της εφαρμογής της, και εν τέλει η *κανονική* χρησιμοποιήθηκε ενδεχομένως ως επικουρική τόσο της αριστοξένειας, όσο και της πυθαγόρειας αρμονικής. Πάντως, σίγουρα την εποχή του Πτολεμαίου (περί τον 2^ο αι μΧ.) η *κανονική* έχει πιθανότατα, απολέσει τη δεσπόζουσα θέση της, ως επιστήμης για τη θεώρηση του μουσικού φαινομένου. Κι αυτό, διότι ο Πτολεμαίος εισηγείται νέα μεθοδολογική προσέγγιση της αρμονικής, που περιέχει στοιχεία τόσο από την πυθαγόρεια όσο και από την αριστοξένεια σχολή. Η *κανονική* δεν εξετάζεται ως μέρος της νέας μεθόδου, αλλά αυτές που συζητούνται είναι οι κατασκευαστικές καινοτομίες και παρεμβάσεις στον κανόνα• ο *ελικών*, και ο *δεκαπεντάχορδος κανών* αποτελούν εργαλεία με σαφώς διαφορετική λειτουργία και σκοπό από αυτόν του μονόχορδου κανόνα.

Βλέπουμε, λοιπόν, ότι μετά τα μέσα του 4^{ου} πΧ. αιώνα κάνει την εμφάνισή του ο κανών ως εργαλείο επίδειξης των συμφωνιών, από προ-αριστοξενικής κατεύθυνσης αρμονικούς. Την ίδια περίπου χρονική στιγμή τοποθετείται η γένεση της *κανονικής* πραγματείας• προφανώς, οι πυθαγορικοί αρμονικοί δανείζονται το όργανο, το εντάσσουν στην επιστήμη τους, την οποία και εξελίσσουν, προσθέτοντας το κριτήριο της αίσθησης στην μεθοδολογική τους προσέγγιση. Ο Αριστοτέλης, άλλωστε, επηρέασε άρδην την επιστημολογική προσέγγιση όλων των γνωστικών πεδίων, καθώς προέβλεπε ως αναγκαία την πειραματική επαλήθευση των υποθέσεων που στηρίζονται σε εμπειρικά δεδομένα. Μέσα σε αυτό το πλαίσιο, από τις αρχές του τρίτου πΧ. αι ακόμα κι ο σπουδαστής της μαθηματικής αρμονικής μπορεί πλέον να επιζητά την παραγωγή των συμφωνιών και την επίδειξη των λόγων τους. Αυτό είναι το κενό που η *κανονική* έρχεται να συμπληρώσει. Υιοθετεί την ορολογία και τους ορισμούς από την αριστοξένεια σχολή, αλλά παραμένει πιστή στις αρχές και στις θέσεις της πυθαγορικής θεώρησης. Κράτησε έτσι ζωντανή και για δύο περίπου

αιώνες ανέδειξε την πυθαγορική αρμονική παράδοση, χωρίς ωστόσο να προσθέσει κάτι καινούριο στις προϋπάρχουσες τοποθετήσεις. Μέχρι την είσοδο στη σκηνή του Πτολεμαίου τον 2^ο μΧ. αι. Είναι ο πρώτος μαθηματικός που επαναπροσέγγισε τα αμφισβητούμενα ζητήματα και αναθεώρησε, θέτοντας σε νέες βάσεις τις πυθαγορικές θέσεις.

Επιλεγμένη Βιβλιογραφία

Adkins, Cecil (1967) “The technique of the monochord”, *Acta musicologica* 39.1–2:34–43.

Barbera, André (εκδ.) (1991) *The Euclidean Division of the canon. Greek and Latin sources*. Lincoln and London: University of Nebraska Press.

Barker, Andrew (1981) “Methods and aims in the Euclidean *Sectio canonis*”, *Journal of Hellenic Studies* 101:1–16.

Barker, Andrew (1989) *Greek musical writings. II. Harmonic and acoustic theory*. (Cambridge readings in the literature of music). Cambridge et al. Cambridge University Press.

Barker, Andrew (1994) “Ptolemy’s Pythagoreans, Archytas, and Plato’s conception of mathematics”, *Phronesis* 39:113–35.

Barker, Andrew (2003) “Adrastus (2)”, “Didymus (3)”, “Gaudentius”, “Porphyry” sv στο Simon Hornblower & Antony Spawforth (επιμ.), *The Oxford classical dictionary (OCD)*. Τρίτη έκδοση, αναθεωρημένη. Σελ. 14, 468, 625, 1226–27. Oxford: Oxford University Press.

Barker, Andrew (2007) *The science of harmonics in Classical Greece*. Cambridge: Cambridge University Press.

Burkert, Walter (1972) *Lore and science in ancient Pythagoreanism*. Μετάφρ. Edwin L. Minar, Jr. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.

Burnet, John (1920) *Early Greek Philosophy*. New York: Meridian (= 1930⁴ London: Macmillan)

Creese, David Evan (2002) *The geometry of sound: the monochord in Greek harmonic science*. PhD thesis, University of Birmingham, Institute of Archaeology and Antiquity, School of Historical Studies.

Creese, David Evan (2009) “Ascoltare i numeri, vedere i suoni: la funzione degli strumenti dei diagrammi nella scienza armonica greca”, στο Daniela Castaldo & Donatella Restani & Cristina Tassi (επιμ.) *Il sapere musicale e i suoi contesti da Teofrasto a Claudio Tolomeo*. Σελ. 67–83. Ravenna: Longo editore Ravenna.

Crocker, Richard. L. (1963–64) “Pythagorean mathematics and music”, *Journal of aesthetics and art criticism* 22:189–98, 325–35.

Da Rios, Rosetta (εκδ.) (1954) *Aristoxeni Elementa harmonica*. Roma: Typis Publicae Officinae Polygraphicae.

Delatte, Armand (ed. & comm.) (1922) *La Vie de Pythagore de Diogène Laërce*. Brussels: Lamertin.

Diehl, Ernest (εκδ.) (1904) *Procli Diadochi in Platonis Timaeum commentaria*. II. Leipzig: Teubner.

Diels, Hermann (εκδ.) (1882) *Simplicii in Aristotelis physicorum libros octo commentaria*. (Commentaria in Aristotelem graeca, 9). Berlin: Reimer.

Düring, Ingemar (εκδ.) (1930) *Die Harmonielehre des Klaudios Ptolemaios*. Göteborg: Elanders.

Düring, Ingemar (εκδ.) (1932) *Porphyrrios Kommentar zur Harmonielehre des Ptolemaeus*. Göteborg: Elanders.

Düring, Ingemar (1934) *Ptolemaios und Porphyrios über die Musik*. Göteborg: Elanders.

Düring, Ingemar (εκδ.) (1961) *Aristotle's Protrepticus*. Stockholm: Almsvist & Wiksell.

Frank, Erich (1923) *Plato und die sogenannten Pythagorer. ein Kapitel aus der Geschichte des griechischen Geistes*. Halle: Niemeyer.

Friedlein, Gottfried (εκδ.) (1867) *Boethius De institutione musica libri quinque*. Leipzig: Teubner.

Guthrie, K.S. (1988) *The Pythagorean Sourcebook and Library: An Anthology of Ancient Writings Which Relate to Pythagoras and Pythagorean Philosophy*. Michigan: Phanes Press.

Guthrie, W.K.C. (1962) *A history of Greek philosophy*. I: «The earlier presocratics and the pythagoreans». Cambridge: Cambridge University Press.

Hagel, Stefan (2006) "The context of tunings: thirds and septimal intervals in ancient Greek music", στο Ellen Hickmann & Arnd Adje Both & Ricardo Eichmann (επιμ.), *Studien zur Musikarchäologie V. Music Archaeology in Context. Archaeological Semantics, Historical Implications, Socio-Cultural Connotations. Papers from the 4th Symposium of the International Study Group on Music Archaeology at Monastery Michaelstein, 19–26 September, 2004*. (Orient–Archäologie, 20). Σελ. 281–304. Rahden, Westf: Marie Leidorf GmbH.

Hiller, Eduard (εκδ.) (1878) *Theonis Smyrnaei philosophi platonici Expositio rerum mathematicarum ad legendum Platonem utilium*. Leipzig: Teubner.

Huffman, Carl (1993) *Philolaus of Croton. Pythagorean and Presocratic*. Cambridge: Cambridge University Press.

Huffman, Carl (2005) Archytas of Tarentum. Pythagorean, philosopher and mathematician king. Cambridge: Cambridge University Press.

Jan, Carl von (εκδ.) (1895) *Musici scriptores graeci*. Stuttgart & Leipzig: Teubner. (= Leipzig 1995).

Johnson, Charles W. L. (1896) Musical pitch and the measurement of intervals among the ancient Greeks. Thesis presented for the degree of doctor of philosophy in the Johns Hopkins University. Baltimore: Murphy.

Καϊμάκης, Παύλος (2004) *Φιλοσοφία και μουσική: Η μουσική στους πυθαγορείους, τον Πλάτωνα, τον Αριστοτέλη και τον Πλωτίνο*. Αθήνα: Μεταίχμιο.

Kirk, Geoffrey Stephen & John Earle Raven (1960) The Presocratic philosophers: a critical history with a selection of texts. Cambridge: Cambridge University. (= 1957).

Kucharski, Paul (1971) *Aspects de la spéculation platonicienne*. Paris: Beatrice–Nauwelaerts.

Landels, John (1999) Music in ancient Greece and Rome. London & New York: Routledge.

Lesky, Albin (1998) Ιστορία της αρχαίας ελληνικής λογοτεχνίας. 5η έκδοση. Μετάφρ. Αγαπητός Τσοπανάκης. Θεσσαλονίκη: Αφοί Κυριακίδη.

Mathiesen, Thomas (1975) “An annotated translation of Euclid’s Division of monochord”, *Journal of music theory* 19:236–58.

Mathiesen, Thomas (1988) Ancient Greek music theory; a catalogue raisonné of manuscripts. (*Répertoire internationale des sources musicales–RISM*, B XI). München: G. Henle.

Nauck, Augustus (εκδ.) (1886) *Porphirii philosophi platonici opuscula selecta*. 2^η έκδοση. Leipzig: Teubner.

Netz, Reviel (1999) The shaping of deduction in Greek mathematics. Cambridge et al. Cambridge University Press

Pöhlmann, Egert (1994c) “Musiktheorie in spätantiken Sammelhandschriften”, στο Anton Bierl & Peter von Möllendorff (επιμ.), *Orchestra, Drama, Mythos, Bühne*. Σελ. 182–94. Stuttgart & Leipzig: Teubner.

Pöhlmann, Egert & Ιωάννα Σπηλιοπούλου (2007) Η αρχαία ελληνική μουσική στο πλαίσιο της αρχαίας ελληνικής ποίησης. Κέρκυρα: Ιόνιο Πανεπιστήμιο.

Rose, Valentin (εκδ.) (1886) *Aristotelis qui ferebantur librorum fragmenta*. Leipzig: Teubner.

Ruelle, Charles–Emile (1883) “Traduction des trois canons harmoniques de Florence”, *Annuaire* 17:320–25.

Ruelle, Charles–Emile (1906) “Sur l’authenticité probable de la division du canon musical attribuée à Euclide”, *Revue des études grecques* 19:318–20.

Sandbach, Francis Henry (εκδ.) (1967) *Plutarchi moralia*. VII. Leipzig: Teubner.

Schlesinger, Kathleen (1933) “Further notes on Aristoxenus and musical intervals”, *Classical Quarterly* 27:88–96.

Σπυρίδης, Χαλάλαμπος (2008) “Μία «τετρακτύς» παραλειπομένων εις την ευκλείδειον κατατομήν κανόνος”, *Επιστημονική επετηρίδα της Φιλοσοφικής Σχολής του Πανεπιστημίου Αθηνών* 39:115–49.

Stamm, Adolfus (εκδ.) (1881) *Tres canones harmonici*. Berolini: Weidemann.

Studemund, Wilhelm & Rudolf Schöll (εκδ.) (1886) *Anecdota varia graeca et latina*. Berlin: Weidmann.

Szabó Árpád (1978) *The beginnings of Greek mathematics*, A. M. Ungar (μεταφρ.). Hingham, Mass: Reidel.

Tannery, Paul (1904a) “À propos des fragments Philolaiques sur la musique”, στο *Tannery* 1915:220–243.

Tannery, Paul (1904b) “Inauthenticité de la ‘Division du canon’ attribuée à Euclide”, *Comptes rendus des séances de l’Académie des Inscriptions et Belles–Lettres*. Σελ. 439–45.

Tannery, Paul (1915) *Sciences exactes dans l’antiquité* (Mémoires scientifiques publiés par Heiberg J., L. et Zeuthen G., H.). III. 1899–1913: xv+419. Toulouse: Privat.

Τερζής, Χρήστος (εκδ.) (2008) *Διονυσίου Τέχνη μουσική: κριτική έκδοση. Διατριβή υποβληθείσα στο Τμήμα Μουσικών Σπουδών του Πανεπιστημίου Αθηνών*. Αθήνα.

Τερζής, Χρήστος (2010a, υπό έκδοσιν) «Η χειρόγραφη παράδοση των αρχαιοελληνικών μουσικοθεωρητικών πραγματειών: ομαδοποιήσεις και χρονική τους τοποθέτηση» στο *Θεωρία και πράξη της ψαλτικής τέχνης – «Η οκταηχία», Γ διεθνές συνέδριο μουσικολογικό και ψαλτικό, Μέγαρο Μουσικής Αθηνών, 17-21 Οκτωβρίου, 2006. Πρακτικά*. Αθήνα: Ιερά Σύνοδος της Εκκλησίας της Ελλάδος-Ίδρυμα Βυζαντινής Μουσικολογίας.

Τερζής, Χρήστος (2010b, υπό έκδοσιν) «Οι τετραχορδικές διαιρέσεις του Φιλολάου και του Αρχύτα: σχέση θεωρίας και πράξης», στο *Η πυθαγόρεια θεώρηση της μουσικής• μαθηματικές και φιλοσοφικές διαστάσεις*. Επιστημονική Διημερίδα, Πυθαγόρειο Σάμου, 9-10 Ιουλίου, 2009. *Πρακτικά*. Εργαστήριο Μουσικής Ακουστικής Τεχνολογίας Τμήματος Μουσικών Σπουδών Πανεπιστημίου Αθηνών – Τμήμα Μαθηματικών Πανεπιστημίου Αιγαίου.

Toomer, Gerald J. (2003) “Claudius Thrasylus, Tiberius”, “Nicomachus (3)” sv στο Simon Hornblower & Antony Spawforth (επιμ.), *The Oxford classical dictionary*

(*OCD*). Τρίτη έκδοση αναθεωρημένη. Σελ. 343, 1042. Oxford: Oxford University Press.

Vogel, Martin (1963) *Die Enharmonik der Griechen*. Düsseldorf: Gesellschaft zur Förderung der systematischen Musikwissenschaft.

Waerden, Bartel Leendert van der (1943) “De Harmonielehre der Pythagoreer”, *Hermes* 78: 163–99.

Winnington-Ingram, R. P. (εκδ.) (1963) *Aristides Quintiliani De musica libri tres*. Leipzig: B. G. Teubner.

[1]. Βλ. Διογένης Λαέτιος (*Βίοι φιλοσόφων* viii.12.2), Γαυδέντιος (*Ἀρμονικὴ εἰσαγωγή* 11/Jan 1895:341.13–25), Boethius (*De Musica* i.11/Friedlein 1867:198.21–28).

[2]. Βλ. Γαυδέντιος (*Ἀρμονικὴ εἰσαγωγή* 11/Jan 1895:341.13–25), Αριστείδης Quintilianus (*De musica* iii.2/Winnington-Ingram 1963:97.3–8), Πρόκλος (*In Tim./Diehl* 1904:174.25–28), Πορφύριος (*In Ptol./Düring* 1932:120.17–19).

[3]. Βλ. Schlesinger 1933:96, Guthrie 1962:224, Szabó 1978:138, Fideler στην Guthrie 1988:47, Σπυρίδης 2008:120.

[4]. Βλ. Toomer 2003 “Nicomachus (3)” sv στο *OCD*.

[5]. Βλ. Barker 2003 “Gaudentius” sv στο *OCD*.

[6]. Ο Πλάτωνας αναφέρει τον όρο μόνον στον *Φίληβο*, τέσσερις φορές: *κανόνος*• 62b.5, *κανόνι*• 56b.9, *κανόσι*• 51c.5, 62b.1. Εδώ ο όρος έχει την έννοια του μέτρου ή του οργάνου μέτρησης, όπου μαζί με άλλα παρόμοια όργανα, όπως ο τόρνος, ο διαβήτης και η στάθμη, χρησιμοποιείται σε τέχνες όπως η ναυπηγική, η οικοδομική και άλλες που σχετίζονται με την επεξεργασία του ξύλου (*Phlb.*56b.8–c.2.).

[7]. Ο όρος απαντά στον Αριστοτέλη δεκατρείς φορές και φέρει τη σημασία του κριτηρίου ευθύτητας γενικά ή, μεταφορικά, του μέτρου (*κανών*• *De an.* 411a.6, *Προτρεπτικός* fr. 39.1/Düring 1961:62, fr. 52/Rose 1886:61.25, *Pol.* 1272b.7 ◊ *κανόνι*• *EE* 1240a.10 ◊ *κανόνος*• *Metaph.* 998a.3 ◊ *κανόνες*• *Pr.* 922a.18.). Επίσης, ο *κανών* εντοπίζεται στο αριστοτελικό έργο ως το όργανο του καθορισμού της ευθύτητας στην οικοδομική ή στη γεωμετρία (*κανών* –που δεν είναι ευθύς, αλλά έχει την δυνατότητα να καμφθεί και να προσαρμοσθεί στο σχήμα του λίθου• *EN* 1137b.31–32 ◊ *κανών* (ως όργανο ελέγχου ευθύτητας στην οικοδομική)• *Προτρεπτικός* fr. 47.3/Düring 1961:66 ◊ *κανόνι*• *Προτρεπτικός* fr. 49.1/Düring 1961:68, *Rh.* 1354a.26 ◊ *κανόνα*• *Pr.* 959b.3.)

[8]. Για το ζήτημα της γνησιότητας του αποσπάσματος βλ. Tannery 1904a:223, Frank: 1923:264–277, Burkert 1972:389–394, Huffman 1993:147–156 και Creese 2002:33–35. Για την ερμηνεία και το σχολιασμό του βλ. Barker 1989:37–38, &

2007:264–271, 275–277, Huffman 1993:156–165, Creese 2002:35–37, Hagel 2006:285–89 και Τερζής 2010b υπό έκδοσιν.

[9]. Βλ. Αριστόξενος *El Harm.* β/Da Rios 1954:68.15–69.9.

[10]. Για το ζήτημα της αυθεντικότητας του Αποσπάσματος βλ. Huffman 2005:406–7.

[11]. Το πρώτο απόσπασμα (fr. 1) ο Αρχύτας πραγματεύεται ζητήματα ακουστικής, καθώς δίδει τις αναγκαίες συνθήκες για τη γένεση του ήχου (Huffman 2005:103.7–104.13), εξετάζει στις δονήσεις που δεν γίνονται αντιληπτές από τις αισθήσεις μας όταν δεν πληρούν ορισμένες προϋποθέσεις (104.13–18), αναζητά τα αίτια του υψηλού και χαμηλού τονικού ύψους (104.18–105.43). Ο ίδιος κατά την ανάπτυξη της θεωρίας αναφέρει ότι πειραματίστηκε με πνευστά όργανα: (*αύλοῖς* Huffman:2005.104.32, *κάλαμος* 105.38). Άλλωστε, η θεωρία του, ότι δηλαδή το τονικό ύψος αποτελεί συνάρτηση της ταχύτητας και της δύναμης του δονούμενου υλικού με την απόσταση, φαίνεται να έχει εφαρμογή στα πνευστά• δεν ισχύει, όμως, για τα έγχορδα.

[12]. Βλ. Tannery 1915:105, van der Waerden 1943:185, Vogel 1963:50, Barker 1989:48–49 και 2007:302–305, Creese 2002:66, Huffman 2005:419 και Τερζής 2010b. Ο Hagel (2006:292–94) πρότεινε ότι ο Αρχύτας θα μπορούσε να καταλήξει στις διαιρέσεις του, βασιζόμενος αποκλειστικά σε «παραδοσιακές (διαστηματικές) σχέσεις», ωστόσο, στο πλαίσιο της αναζήτησης μιας καλλίτερης απεικόνισης του διατονικού και του εναρμονίου, δομημένων εξ ολοκλήρου από επιμόριους λόγους και μικρούς ακεραίους. Πάντως, το μοντέλο του δεν βρίσκει εφαρμογή στη χρωματική διαίρεση του Αρχύτα.

[13]. Βλ. Frank 1923:266, Burkert 1972:384–85, Barker 1989:50, Creese 2002:67, Huffman 2005:422 και Hagel 2006:293–94.

[14]. Γνωρίζουμε, από την επιστήμη της ακουστικής ότι η συχνότητα του ήχου είναι ανάλογη της τετραγωνικής ρίζας της τάσης που εφαρμόζεται στη χορδή. Επομένως, η διά πασών συντίθεται αν η χορδή τεντωθεί με τετραπλάσιο βάρος από το αρχικό• βλ. Burkert 1972:376, σημ. 24.

[15]. Όσον αφορά δε, τη διήγηση του Γαυδεντίου, σύμφωνα με την οποία ο Πυθαγόρας ανακάλυψε τους λόγους των πρώτων συμφωνιών πάνω στο μονόχορδο, ο Καϊμάκης (2004:31–32) υπογραμμίζει σωστά, στο σύνολό της «δεν ανταποκρίνεται στα ιστορικά δεδομένα, αφού δεν περιγράφει την πραγματική πορεία των πειραμάτων, αλλά μόνο την τελική τους κατάληξη».

[16]. Δεδομένου ότι η λύρα δεν εξυπηρετούσε στην παρατήρηση των λόγων των διαστημάτων, ο Johnson (1896:45) θεώρησε ότι ο Πυθαγόρας πρέπει να γνώριζε τα αιγυπτιακά έγχορδα όργανα με τάστο (λαουτοειδή), στα οποία προσαρμόζονταν χορδές μεγάλου μήκους και γι' αυτό ήταν προφανώς καταλληλότερα για παρατηρήσεις αυτού του είδους. Επίσης, ο Landels (1999:131) αναφέρει ως πιθανότερη εκδοχή της ανακάλυψης των λόγων από τον Πυθαγόρα, την παρατήρηση του παιξίματος οργάνων τύπου λαούτου, παρ' όλο που όργανα παρόμοια με αυτά δεν ήταν γνωστά στον ελλαδικό χώρο πριν από τον 4^ο πΧ. αι.

[17]. Κατά τον Crocker (1963:192) οι πυθαγόρειοι στηρίχθηκαν στο γεγονός ότι οι μικροί αριθμοί, και κατ' επέκταση οι λόγοι τους έχουν την ιδιότητα να είναι απλοί, και επιπλέον ότι οι τέσσερις μόνον πρώτοι αριθμοί μπορούν να απεικονίζουν διαφορετικούς τύπους σχέσεων, να αποδίδουν, δηλαδή, διαφορές μεταξύ των όρων των λόγων τους πολύ μεγαλύτερες από αυτές που δίδουν οι λόγοι μεγαλύτερων αριθμών.

[18]. "The 'tetrad' or the first four numbers, became the cornerstone of pythagorean theory, and with that the number of consonances was fixed"• Crocker 1963:193• πβ. Kirk et al. 1960:229 κε.

[19]. Όπως, άλλωστε, σωστά επισημαίνει ο Barker (2007:408), σε καμμία προπτολεμαϊκή πηγή δεν προκύπτει ότι τα πορίσματα της μαθηματικής επιστήμης τίθενται σε κίνδυνο από την αισθητική εμπειρία.

[20]. Παρ' όλο που η ακρίβεια των λεγομένων του Δούριδος ελέγχεται (βλ. Lesky 1998:1056), το ότι το συγκεκριμένο απόσπασμα παραδίδεται από τον Πορφύριο, αποτελεί ένδειξη ότι, τουλάχιστον ως προς την αναφορά στον κανόνα, μπορεί να θεωρηθεί αξιόπιστο.

[21]. Δούρις δ' ὁ Σάμιος ἐν δευτέρῳ τῶν ὥρων παῖδά τ' αὐτοῦ ἀναγράφει Ἀρίμνηστον καὶ διδάσκαλον φησὶ γενέσθαι Δημοκρίτου. τὸν δ' Ἀρίμνηστον κατελθόντ' ἀπὸ τῆς φυγῆς χαλκοῦν ἀνάθημα τῷ ἱερῷ τῆς Ἥρας ἀναθεῖναι τὴν διάμετρον ἔχον ἐγγὺς δύο πηχεων, οὗ ἐπίγραμμα ἦν ἐγγεγραμμένον τόδε•

Πυθαγόρεω φίλος υἱὸς Ἀρίμνηστός μ' ἀνέθηκε,
πολλὰς ἐξευρὼν εἰνὶ λόγοις σοφίας.
τοῦτο δ' ἀνελόντα Σίμων τὸν Ἀρμονικὸν καὶ τὸν κανόνα σφετερισάμενον ἐξενεγκεῖν ὡς ἴδιον• εἶναι μὲν οὖν ἐπὶ τὰς ἀναγεγραμμένας σοφίας, διὰ δὲ τὴν μίαν, ἣν Σίμος ὑφείλετο, συναφανισθῆναι καὶ τὰς ἄλλας τὰς ἐν τῷ ἀναθήματι γεγραμμένας• Δούρις στον Πορφύριο Πυθαγόρου βίος 3.1–10/Nauck 1886:18.17–19.7.

[22]. Το ζήτημα της πατρότητας αλλά και της χρονολόγησης της συγγραφής της πραγματείας έχουν ευρύτατα συζητηθεί, χωρίς, ωστόσο, να έχει διαλευκανθεί πλήρως. Προσφάτως, ο Barker (2007:374–70) διατύπωσε τη άποψη ότι πρόκειται για έργο του 300 περίπου πΧ, ενός συγγραφέα ο οποίος θα μπορούσε να είναι ο Ευκλείδης. Το ζήτημα τέθηκε αρχικά από τους Jan (1895:115–20) και Tannery(1904b:439–45), οι οποίοι με μικρές αποκλίσεις μεταξύ τους υποστήριξαν ότι η πραγματεία αποτελεί συρραφή ετερόκλητου πυθαγορικού υλικού και, επομένως, δεν είναι δυνατό να αποτελεί στο σύνολό της προϊόν ενός συγγραφέα. Ο Ruelle (1906:318–20) αντέτεινε υποστηρίζοντας ότι το έργο είναι ακέραιο και πλήρες και θα πρέπει να αποδοθεί στον Ευκλείδη. Ο Düring (1934:177) παρατήρησε ότι το συγγραφικό ύφος της Κατατομής συνάδει με αυτό του Ευκλείδη. Ο δε Burkert (1972:375 σημ. 22) τοποθέτησε χρονικά την εφεύρεση του κανόνα μετά από την εποχή του Αριστοτέλη, επομένως, εμμέσως και γι' αυτόν η πραγματεία δεν μπορεί να είναι αρχαιότερη από τα τέλη του 4^{ου} πΧ. αι. Ο Mathiesen (1975:273 σημ. 1) δεν εξετάζει το ζήτημα, αλλά παραθέτει το σύνολο της έως το 1975 σχετικής βιβλιογραφίας. Ο Barker (1981:1), βασιζόμενος στα ζητήματα της ακουστικής που τίγονται αλλά και στις αρχές της Κατατομής, τοποθέτησε το έργο τα τέλη του 4^{ου} πΧ. αι. Στην εισαγωγή

της κριτικής έκδοσης της *Κατατομής* ο Barbera (1991:17–22) συνοψίζει τις θέσεις των μελετητών.

[23]. Ο Θεόφραστος (372–περ. 287/5 πΧ.) παρουσιάζει στους *Χαρακτήρες* κάποιον γελοίο φιγουρατζή που εμφανίζεται τελευταίος στο χώρο της αρένας κατά το χρονικό διάστημα μεταξύ των επιδείξεων των σοφιστών, των οπλομάχων και των αρμονικών για να κερδίσει τις εντυπώσεις του κοινού: *καὶ τοῦτο περιὼν χρηγνύναι τοῖς φιλοσόφοις, τοῖς σοφισταῖς, τοῖς ὀπλομάχοις, τοῖς ἁρμονικοῖς ἐνεπιδείκνυσθαι• καὶ αὐτὸς ἐν ταῖς ἐπιδείξεσιν ὕστερον ἐπεισιέναι συγκαθημένων ἔν’ εἶπη τις τῶν θεωμένων, ὅτι τοῦτου ἐστὶν ἡ παλαιάστρα•* Θεόφραστος *Χαρακτήρες* 5.10.1–4.

[24]. Σύμφωνα με το διάλογο που ο Barker χρονολογεί στον 4ο πΧ. αι, ο Σωκράτης παρακολούθησε μια επίδειξη του Στρατόνικου, ο οποίος παρουσίασε πολλά και καλά πράγματα στο λόγο αλλά και στην πράξη. Σε αυτή την, προφανώς, φανταστική ιστορία ο Στρατόνικος παρουσίασε σε δημόσιους χώρους και σε πραγματικό χρόνο μουσικά παραδείγματα, όχι, όμως, με την ιδιότητα του μουσικού, αλλά –σύμφωνα με τον Barker (2007:76)– με εκείνη των επιδεικτικών αρμονικών, που, αναφέρονται σε πάπυρο της Hibeh (I.13). Το χωρίο έχει ως εξής: *Ἡμεῖς δὲ καὶ χθές σε πολὺν χρόνον ἀνεμείναμεν, ὦ Σίσυφε, ἐπὶ τῇ Στρατονίκου ἐπιδείξει, ὅπως ἂν συνηκροῶ ἡμῖν ἀνδρὸς σοφοῦ πολλὰ τε καὶ καλὰ ἐπιδεικνυμένου πράγματα καὶ λόγῳ καὶ ἔργῳ, καὶ ἐπεὶ σὲ οὐκέτι ψόμεθα παρέσεσθαι, αὐτοὶ ἤδη ἡκροώμεθα τάνδρός•* Ψευδο-Πλάτων *Σίσυφος* 387b1–5.

[25]. Ο Creese (2002:94–95) παραθέτει το απόσπασμα του Παπύρου I.13 της Hibeh. Το κείμενο του παπύρου μας πληροφορεί ότι υπήρχαν ορισμένοι *ἁρμονικοί*, οι οποίοι αναλάμβαναν να παρουσιάσουν επιδείξεις, όχι ως μουσικοί –άλλωστε ήταν κακοί σε αυτό–, αλλά περισσότερο με την ιδιότητα του σοφιστή• από το ότι τους παρακολουθούσαν τόσο σοφιστές όσο και μουσικοί, σημαίνει, κατά τον Creese, ότι αυτοί οι *ἁρμονικοί* απευθύνονταν σε ακροατές που ανήκαν και στις δύο «επαγγελματικές» ομάδες.

[26]. Επαληθεύεται, έτσι, και η άποψη του Adkins (1967:42), οποίος είχε αναφέρει ότι το μονόχορδο εμφανίσθηκε κυρίως ως «διδασκτικό» όργανο (“didactive device”), και μάλιστα οι χρήστες του στόχευαν στην ευχερέστερη αλλά και ακριβέστερη εφαρμογή, πάνω σ’ αυτόν, των διαστηματικών διαιρέσεων.

[27]. Αυτό συνέβη κατά την ύστερη αρχαιότητα, όταν για παράδειγμα κάποιος συλλέκτης συνένωσε το *Περὶ μουσικῆς* του Αριστείδη Quintilianus με τις πραγματείες των Αωνόμων Bellermann, με σκοπό, ασφαλώς, την διάσωση των Αωνόμων• βλ. Pöhlmann 1994:191.

[28]. Βλ. Pöhlmann–Σπηλιοπούλου 2007:32 και 44.

[29]. Βλ. Barbera 1991:78 και Solomon 1983:253.

[30]. Βλ. Mathiesen 1988:709.

[31]. Βλ. Τερζής 2010a σημ. 25.

[32]. Αριστοτέλης *An. post.* 79a.1–2.

[33]. Για τις απόψεις των μελετητών πάνω στο θέμα, αλλά και για την τεκμηρίωση της χρονολόγησης της δράσης της βλ. Τερζής 2008:163–64 σημ. 316.

[34]. *Ἡ οὖν κανονικὴ πραγματεία, κατὰ τίνας μᾶλλον ἐστὶ; καθόλου κατὰ τοὺς Πυθαγορικούς• ἦν γὰρ νῦν ἁρμονικὴν λέγομεν, ἐκεῖνοι κανονικὴν ὠνόμαζον•* Πτολεμαῖς στον Πορφύριο *In Harm./Düring* 1932:22.25–27.

[35]. *Ἀπὸ τίνος κανονικὴν αὐτὴν λέγομεν; οὐχ ὥς ἔνιοι νομίζουσι ἀπὸ τοῦ κανόνος ὄργανου παρονομασθεῖσαν, ἀλλ’ ἀπὸ τῆς εὐθύτητος ὥς διὰ ταύτης τῆς πραγματείας τὸ ὀρθὸν τοῦ λόγου εὐρόντος καὶ τὰ τοῦ ἡρμωσμένου παραπήγματα•* Πτολεμαῖς στον Πορφύριο *In Harm./Düring* 1932:22.27–30.

[36]. Μοναδική μαρτυρία που διαθέτουμε για να την κατατάξουμε στους πυθαγορικούς αποτελεί ο τίτλος ενός εκ των έργων της: *Πυθαγορικὴ τῆς μουσικῆς στοιχείωσις*. Για περισσότερα πάνω στο ζήτημα αυτό βλ. Τερζής 2008:lxv σημ. 20.

[37]. Βλ. Barbera 1991:178.1–184.8.

[38]. Βλ. Θράσυλλος στον Θέωνα τον Σμυρναίο *De util. math./Hiller* 1878:87.9–92.27.

[39]. Βλ. Ἀδραστος στον Θέωνα τον Σμυρναίο *De util. math./Hiller* 1878:57.11–58.12.

[40]. Βλ. Παναίτιος στον Πορφύριο *In Harm./Düring* 1932:66.24–30.

[41]. Βλ. Stamm 1881:1–30 και Studemund 1886:1–30.

[42]. Η Πτολεμαῖς και ο Θράσυλλος πρέπει να υπήρξαν σύγχρονοι• ο Barker (2007:403 σημ. 68) τοποθέτησε τη δράση της Πτολεμαίδας στο διάστημα, ενώ ο Toomer (2003) αναφέρει ότι ο Θράσυλλος ζούσε πριν από το έτος 38 μΧ. Ο Barker (1989:210) τοποθετεί τον Ἀδραστο στο β' μισό του 1^{ου} μΧ. αι., αν και εκτιμά (2003) ότι η δράση του μπορεί να εκτείνεται και στο 2^ο μΧ. αι. Ο Δίδυμος κατά τον Barker (1989:230), που βασίστηκε στη Σούδα, υποστηρίζει ότι πρόκειται για το μουσικό και γραμματικό Δίδυμο που έζησε την εποχή του Νέρωνα (μέσα 1^{ου} μΧ. αι.). Ο Πορφύριος κατονομάζει τον Παναίτιο ως νεώτερο, ασφαλώς για να τον διακρίνει από τον Παναίτιο το Ρόδιο που έδρασε στον 2^ο πΧ. αι. Επομένως, όπως σωστά αναφέρει ο Creese (2002:171), η χρονολόγησή του κυμαίνεται μεταξύ του 1^{ου} πΧ. και του 3^{ου} μΧ., του αιώνα, δηλαδή, συγγραφής του *Υπομνήματος* από τον Πορφύριο. Εντούτοις, έχειδειχθεί ότι η δράση του μπορεί να περιοριστεί στο διάστημα 1^{ου} πΧ. – 1^{ου} μΧ. αιώνα• βλ. Τερζής 2008:ciii–civ. Οι κατατομές του Stamm, τέλος, πρέπει να χρονολογηθούν πριν από τον 10^ο αι. και πιθανώς τον 6^ο αιώνα μΧ. με σκοπό τη διδασκαλία της κανονικής θεωρίας• βλ. Τερζής 2008:cvii–cviii.

[43]. Πάντως, σύμφωνα με τον Netz (1999:284) και ιδιαίτερος όσον αφορά την επιστήμη των μαθηματικών, εντοπίζουμε την ύπαρξη κάποιας κινητικότητας.

[44]. *Τὸ ὄργανον τῆς ἐφόδου φησὶν, ἦν ὁ λόγος ἐξεῦρέ τε καὶ δέδωκε ταῖς αἰσθήσεσι πρὸς τὸ κανονίζειν τὰ ἐνδέοντα αὐταῖς πρὸς τὴν ἀλήθειαν, κανὼν καλεῖται ἁρμονικὸς ἀπὸ τῆς κοινῆς προσηγορίας τοῦ εὐρίσκοντος ὄργανου τὸ ἐλλεῖπον ταῖς αἰσθήσεσιν εἰς*

τὴν ἀκρίβειαν, ὃ καλεῖται κανὼν, οὕτω κεκλημένος. πάντα γὰρ τὰ πρὸς τοῦτο ἐπιτήδεια ὄργανα ταῖς αἰσθήσεσι <οὕτω> καλεῖται• Πορφύριος *In Harm./Düring* 1932:22.10–15.

[45]. Ἐπὶ τοῦ λεγομένου κανόνος—ὃν ἐγὼ καὶ τοῦνομα οἶμαι ἐσχηκέναι, ἐπεὶ κριτήριόν ἐστι τοῦ κατὰ τὴν ἀκοὴν ἐν τοῖς συμφωνοῖς γινομένου πλήθους• Παναίτιος στον Πορφύριο *In Harm./Düring* 1932:66.22–23. Σ' αὐτὴ τὴ θέση πρέπει νὰ βασίστηκε καὶ ὁ Πτολεμαῖος: τὸ μὲν οὖν ὄργανον τῆς τοιαύτης ἐφόδου καλεῖται κανὼν ἀρμονικός, ἀπὸ τῆς κοινῆς κατηγορίας καὶ τοῦ κανονίζειν τὰ ταῖς αἰσθήσεσιν ἐνδέοντα πρὸς τὴν ἀλήθειαν παρελθόμενος• Πτολεμαῖος *Harm. α.2/Düring* 1930:5.11–13.

[46]. Ο Creese (2009:80) αναφέρεται στὴν αντιστοιχία διόπτρας–διοπτρικής – επιστήμης που πήρε τὸ ὄνομά της ἀπὸ τὴ διόπτρα–, υποστηρίζοντας ἐμμέσως τὴν καταγωγή της κανονικῆς επιστήμης ἀπὸ τὸ ὄργανο τῆς εφαρμογῆς της.

[47]. Ἔστι δὲ τὰ παρὰ τοῖς μουσικοῖς ὑποτιθέμενα, ὅσα παρὰ τῶν αἰσθήσεων λαμβάνουσιν οἱ κανονικοί, οἷον τὸ εἶναι τινα σύμφωνα καὶ διάφωνα διαστήματα καὶ τὸ εἶναι σύνθετον τὸ διὰ πασῶν ἕκ τε τοῦ διὰ τεσσάρων καὶ τοῦ διὰ πέντε καὶ τὸ εἶναι τόνον τὴν δ' ὑπεροχὴν τοῦ διὰ πέντε παρὰ τὸ διὰ τεσσάρων καὶ τὰ ὅμοια• Πτολεμαῖς στον Πορφύριο *In Harm./Düring* 1932:23.13–17. Τὸ ἐν λόγῳ χωρίο καὶ ἡ συνέχειά του ἀν καὶ θὰ πρέπει νὰ μεταφέρει τὶς θέσεις τῆς Πτολεμαΐδας, εἶναι πιθανότατα γραμμένο ἀπὸ τὸ χέρι τοῦ Πορφυρίου• βλ. Barker 1989:240 σημ. 138• πβ. Τερζῆς 2008: lxxiii σημ. 13.

[48]. Ο ὁρισμὸς τῆς συμφωνίας που ἐδῶ προτείνεται δὲν περιέχεται, βεβαίως, στα *Στοιχεῖα* τοῦ Αριστοξένου, ἀλλὰ διασώζεται, στὶς ἀριστοξενικοῦ τύπου πραγματείες τοῦ Κλεονεΐδη (*Intr. harm. 5/Jan* 1895:187.19–188.1) καὶ τοῦ Βακχείου (*Intr. I.10/Jan* 1895:293.8–12).

[49]. Τὰ δὲ παρὰ τοῖς μαθηματικοῖς λαμβανόμενα, ὅσα ἰδίως οἱ κανονικοὶ τῶ λόγῳ θεωροῦσιν ἕκ τῶν τῆς αἰσθήσεως ἀφορμῶν μόνον κινηθέντες, οἷον τὸ εἶναι ἐν ἀριθμῶν λόγοις τὰ διαστήματα καὶ τὸ εἶναι ἐξ ἀριθμῶν συγκρουστικῶν τὸν φθόγον καὶ τὰ παραπλήσια• Πτολεμαῖς στον Πορφύριο *In Harm./Düring* 1932:23.17–21.

[50]. Στα *παραπλήσια* (Düring 1932:21) θὰ μπορούσαν νὰ ἐνταχθοῦν οἱ ἀκόλουθες πυθαγορικὲς θέσεις: ὅτι οἱ συμφωνίες ἐκφράζονται μόνον με πολλαπλάσιους ἢ ἐπιμόριους λόγους ([Ευκλείδης] *Sect. can./Barbera* 1991:116.8–11), ὅτι τὸ διὰ πασῶν καὶ διὰ τεσσάρων δὲν ἀποτελεῖ συμφωνία (Πτολεμαῖος *Harm. α.5/Düring* 1930:11.5–7) καὶ ὅτι ὁ ἐπὶ γδοος τόνος δὲν διαιρεῖται σὲ δύο ἢ σὲ περισσότερα ἴσα διαστήματα ([Ευκλείδης] *Sect. can./Barbera* 1991:170.1–3).

[51]. Τὰς ὑποθέσεις οὖν τῆς κανονικῆς διορίσειεν ἂν τις ὑπάρχειν τῇ τε περὶ τὴν μουσικὴν ἐπιστήμην καὶ τῇ περὶ τοὺς ἀριθμοὺς καὶ τὴν γεωμετρίαν• Πορφύριος *In Harm./Düring* 1932:23. 21–22.

[52]. Βλ. Barker 1981:14.

[53]. Ο Πτολεμαῖος θεωρεῖ ὅτι ἡ ὄραση καὶ ἡ ἀκοή, εἶναι πιο θαυμαστὲς ἀπὸ υπόλοιπες αἰσθήσεις καθὼς συνδέονται στενότερα με τὴν διάνοια: *τεταμέναις μὲν μάλιστα τῶν ἄλλων πρὸς τὸ ἡγεμονικόν*• Πτολεμαῖος *Harm. γ.3/Düring* 1930:93.11–13. Μάλιστα, κατὰ τὸν Πτολεμαῖο, μέσω τῆς διανοίας ἐπεξεργαζόμαστε καὶ

συνδυάζουμε τα δεδομένα που προκύπτουν από τη συνεργασία των αισθήσεων κατά την πρόσληψή των δεδομένων αυτών: τὰς ἀλλήλων καταλήψεις ἀντιδιακονοῦνται τῷ λογικῷ τῆς ψυχῆς πολλαχῇ• Πτολεμαῖος *Harm.* γ.3/1930:93.24–94.1. Η δυνατότητα της όρασης και της ακοῆς να «συνομιλούν» ἀπ’ ευθείας με την διάνοια, επέτρεψε τη σύνδεσή τους με τις επιστήμες της αριθμητικῆς και της γεωμετρίας• *Χρώμεναι μὲν ὀργάνοις ἀναμφισβητήτοις ἀριθμητικῇ τε καὶ γεωμετρίᾳ πρὸς τε τὸ ποσὸν καὶ τὸ ποιὸν τῶν πρώτων κινήσεων*• Πτολεμαῖος *Harm.* γ.3/Düring 1930:94.16–18.

[54]. *Παρὰ δὲ τὴν ἀκοὴν καὶ τὰς κατὰ τόπον πάλιν κινήσεις τῶν μόνως ἀκουστῶν, τουτέστι τῶν ψόφων, ἁρμονικῇ*• Πτολεμαῖος *Harm.* γ.3/Düring 1930:94.15–16.

[55]. Βλ. παραπάνω, σημ. 22.

[56]. Βλ. Barbera 1991:178.1–182.12.

[57]. Βλ. Barker 1989:205 σημ. 65, 2007:400 κε.

[58]. Βλ. Barbera 1991:182.12–184.8.

[59]. Βλ. Θράσυλλος στον Θέωνα τον Σμυρναῖο *De util. math.*/Hiller 1878:87.9–89.23.

[60]. Βλ. Θράσυλλος στον Θέωνα τον Σμυρναῖο *De util. math.*/Hiller 1878:91.10–92.27.

[61]. Βλ. Θράσυλλος στον Θέωνα τον Σμυρναῖο *De util. math.*/Hiller 1878:92.27–93.2.

[62]. Βλ. Αδραστος στον Θέωνα τον Σμυρναῖο *De util. math.*/Hiller 1878:57.11–58.12.

[63]. Βλ. Παναίτιος στον Πορφύριο *In Harm.*/Düring 1932:66.24–30.

[64]. Βλ. Stamm 1881:1–30.

[65]. Για την τεκμηρίωση της χρονολόγησης των κατατομών του Stamm, βλ. Τερζής 2008:civ–cv και cvii–cviii.

[66]. *Καὶ ἔγνω ὅτι τὴν διὰ τεσσάρων συμφωνίαν ἤχησεν ἡ χορδή, ἐκ δύο ἡμισυ τόνων. (κατὰ δὲ τοὺς Πυθαγορείους ἐκ δύο τόνων καὶ λείμματος)*• *Tres canones harmonici* /Studemund 1886:11.4–6. Η φράση μέσα στις παρενθέσεις αποκαλύπτει ὅτι ο συντάκτης της ἐπιχείρησε να διορθώσει το σφάλμα στην χρησιμοποιούμενη ορολογία.

[67]. *Ἔστι δὲ ὧν τὴν πιθανότητα καὶ τὴν ἀκρίβειαν καὶ τὸ καθάριον ἀγαπῶντες ἐκμανθάνουσι καὶ περιέπουσιν, ὡς ἀριθμητικὴν καὶ γεωμετρίαν καὶ κανονικὴν πᾶσαν καὶ ἀστρολογίαν, ἃς φησιν ὁ Πλάτων, καίπερ ἀμελουμένας, βία ὑπὸ χάριτος αὖξασθαι*• Πλούταρχος *Περὶ Μαντικῆς* fr. 147 στον Στοβαῖο *Ανθολογία* δ.18α.10.9–14/Sandbach 1967:90.

[68]. *Περὶ δὲ τὴν τῶν ὀνομάτων χρῆσιν ἐπισημῖναι ἄξιον, ὅτι μαθηματικὸν νῦν τὸν γεωμέτρην ἔοικε καλεῖν• οὗτος γάρ ἐστιν ὁ περὶ ἐπίπεδα καὶ στερεὰ καὶ μήκη καὶ στιγμὰς ἔχων, καίτοι τῆς κυρίως μαθηματικῆς καὶ τὴν ἀριθμητικὴν καὶ τὴν ἀστρολογίαν ἦτοι σφαιρικὴν καὶ τὴν ἀρμονικὴν ἦτοι κανονικὴν περιεχούσης• Σιμπλίκιος* *In Arist. ph./Diels* 1882:293.6–10.